

---

# **Simulation von Heißrubbeln im Gesamtbremssystem**

Vom Fachbereich Maschinenbau an der  
Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

## **Dissertation**

vorgelegt von

**Dipl. Tech.-Math. Maximilian Könning**  
aus Stuttgart

Berichterstatter: Prof. Dr. rer. nat. Hermann Winner

Mitberichterstatter: Prof. Dr. rer. nat. Michael Schäfer

Tag der Einreichung: 24.01.2017

Tag der mündlichen Prüfung: 09.05.2017

Darmstadt 2017

D 17

---

URN:urn:nbn:de:tuda-tuprints-67288  
URI: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/6728>

---

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand und Entwicklungsingenieur in der Bremsenentwicklung der Daimler AG in Sindelfingen.

Ein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr. rer. nat. Hermann Winner, dem Leiter des Fachgebietes Fahrzeugtechnik, für die sehr gute Betreuung dieser Arbeit. Für die kritischen Diskussionen und das mir entgegengebrachte Vertrauen bin ich sehr dankbar.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Michael Schäfer danke ich für die freundliche Übernahme des Korreferats.

Während meiner Zeit als Doktorand bei Mercedes-Benz und auch darüber hinaus, konnte ich jederzeit auf die Unterstützung meiner Betreuer Dr. Ronaldo Fernandes Nunes und Dr. Karl Häsler sowie meines Vorgesetzten Herrn Ralf-Joachim Conhoff und meines Abteilungsleiters Herrn Ralph Michalski zählen. Für das Vertrauen und die Entwicklungsmöglichkeiten danke ich Ihnen sehr.

Die Inhalte dieser Arbeit wurden im Rahmen eines Projektverbundes zum Heißrubbeln mit dem Fachgebiet Fahrzeugtechnik (FZD) der Technischen Universität Darmstadt und den Firmen Continental Teves AG & Co. oHG und TMD Friction Holdings GmbH erarbeitet. Ich danke allen Beteiligten an diesem Projekt für die ihre Mithilfe. Insbesondere Herrn Sebastian Fischer danke ich für die konstruktive und freundschaftliche Zusammenarbeit innerhalb des Projektverbundes. Mit seiner wissenschaftlichen Arbeit zum Belageinfluss auf Heißrubbeln und die damit verbundene Expertise hat er zum Gelingen dieser Arbeit entscheidend beigetragen. Ein großer Dank gilt auch den anderen Beteiligten an diesem Projekt. Vor allem Herrn Ulrich Ungethüm, Herrn Dr. Martin Semsch, Herrn Dr. Angelo Sardá und Herrn Dr. Matthias Haag von Continental sowie Herrn Wolfgang Hoffrichter und Herrn Enrique Wegmann von TMD Friction danke ich für die unterschiedlichen Hilfestellungen und Diskussionen hinsichtlich Simulation und Versuch.

Abschließend bedanke ich mich bei meiner Familie für die vielfältige Unterstützung in den letzten Jahren. Vor allem danke ich meinen Eltern für die Ermöglichung einer ausgezeichneten Ausbildung und ihre kontinuierliche Begleitung auf diesem Weg.

Meiner Freundin Christa danke ich für den aufmunternden und motivierenden Beistand und ihr großes Verständnis.

Maximilian Könning

Stuttgart, Januar 2017

---

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort .....</b>	<b>III</b>
<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>V</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis .....</b>	<b>VIII</b>
<b>Formelzeichen und Indizes .....</b>	<b>IX</b>
<b>Kurzzusammenfassung .....</b>	<b>XIII</b>
<b>1 Einleitung.....</b>	<b>1</b>
1.1 Schwingungsprobleme .....	1
1.2 Bremsenrubbeln.....	3
1.2.1 Kaltrubbeln.....	5
1.2.2 Heißrubbeln.....	7
<b>2 Stand der Technik .....</b>	<b>10</b>
2.1 Thermomechanische Simulationsmodelle der Bremsscheibe .....	10
2.1.1 Schirmung der Bremsscheibe.....	10
2.1.2 Temperaturverteilung in der Bremsscheibe .....	12
2.2 Beulen.....	14
2.3 Simulationsmodelle mit Bremsscheibe und Bremsbelag .....	15
2.4 Thermoelastische Instabilität.....	19
2.5 Erweiterungen der thermoelastischen Instabilität.....	21
2.6 Progressive Waviness Distortion .....	22
2.7 Simulationsmodelle des Bremssystems.....	23
2.8 Zwischenfazit.....	26
<b>3 Methodik des Vorgehens.....</b>	<b>27</b>
3.1 Motivation und Zielsetzung.....	27
3.2 Vorgehen .....	29
3.3 Aufbau der Arbeit .....	30
3.4 Referenzsystem.....	32
<b>4 Berechnung von Bremsmomentschwankungen im Bremssystem .....</b>	<b>33</b>
4.1 Modellaufbau.....	33
4.2 Ergebnisse.....	36
4.2.1 Abgleich mit Messdaten.....	36
4.2.2 Einflussanalyse für Parameter des Bremssystems .....	39
4.2.3 Parametereinfluss bei Ordnungsvariation .....	40

4.2.4	Ordnungsabhängige Bremsmomentvariation.....	41
4.2.5	Modell der Bremsscheibe .....	43
4.2.6	Gekoppeltes Modell .....	45
4.2.7	Einflussanalyse für das thermomechanische Modell .....	46
4.3	Zwischenfazit .....	47
<b>5</b>	<b>Experimentelle Datenanalyse.....</b>	<b>49</b>
5.1	Versuchsdurchführung.....	49
5.2	Variation des Bremsbelagmaterials .....	50
5.3	Ordnungsbänder .....	52
5.3.1	Niedrige Ordnungen.....	53
5.3.2	Hohe Ordnungen .....	54
5.3.3	Ordnungsgetreues und frequenzgetreues Verhalten .....	55
5.4	Unabhängigkeit der Bänder.....	57
5.5	Einfluss des Bremsbelagmaterials.....	59
5.6	Systemverhalten .....	61
5.7	Fazit .....	62
<b>6</b>	<b>Simulation ordnungsgetreues Verhalten .....</b>	<b>64</b>
6.1	Simulation von thermischer Last.....	64
6.1.1	Modellierung Bremsscheibe .....	64
6.1.2	Thermische Belastung.....	66
6.1.3	Verformung der Bremsscheibe durch thermische Last .....	67
6.2	Wachstum von SRO unter periodischen Lasten .....	68
6.2.1	Verformung bei unterschiedlichen Anregungsordnungen.....	68
6.2.2	Optimierung der Bremsscheibengeometrie.....	71
6.3	Initiale Verwellung durch Fehler in der Geometrie.....	74
6.3.1	SRO durch variable Reibringdicken .....	74
6.3.2	Unwucht.....	78
6.4	Initiale Verwellung der Bremsscheibe durch adaptiven Wärmestrom .....	81
6.4.1	Beulen und Winklerbettung .....	81
6.4.2	Implementierung eines adaptiven Wärmestroms .....	84
6.4.3	Ergebnisse .....	86
6.5	Einfluss des Bremsbelags auf das Wachstum von Hotspots .....	89
6.5.1	Berechnungsmodell.....	89
6.5.2	Vergleich von Anregungsordnungen.....	90
6.5.3	Einfluss des Bremsbelags auf Wachstum des SRO.....	92
6.6	Überprüfung der Wirkungskette .....	94
6.7	Zwischenfazit .....	95
<b>7</b>	<b>Simulation frequenzgetreues Verhalten .....</b>	<b>97</b>
7.1	Berechnung der Eigenfrequenz .....	97
7.1.1	Komplexe Eigenwertanalyse .....	97

---

7.1.2	Stabilität selbsterregter Schwingungen .....	99
7.1.3	Berechnungsmodell .....	99
7.1.4	Eigenfrequenz und Schwingform .....	101
7.1.5	Stabilität und Frequenzlage der Eigenmoden .....	104
7.1.5.1	Druck und Geschwindigkeit .....	104
7.1.5.2	Reibwert .....	105
7.1.5.3	Material Bremsbelag .....	105
7.1.5.4	Schirmung .....	106
7.1.5.5	Kontaktfläche .....	107
7.1.6	Fazit zur Stabilität der axialen Schwingform .....	108
7.2	Simulation Wärmestrom und Verformung .....	109
7.3	Fremderregung der Eigenfrequenz durch SRO .....	111
7.4	Erweiterung der Wirkungskette .....	114
7.5	Zwischenfazit .....	117
<b>8</b>	<b>Fazit und Ausblick .....</b>	<b>118</b>
8.1	Diskussion der Ergebnisse .....	118
8.1.1	Unschärfe des Begriffs Heißrubbeln bzgl. der auftretenden Ordnung .....	118
8.1.2	Modellbildung des Bremssystems und Einflussanalyse .....	118
8.1.3	Analyse der Messdaten .....	119
8.1.4	Simulation des ordnungsgetreuen Verhaltens .....	119
8.1.5	Simulation des frequenzgetreuen Verhaltens .....	120
8.2	Fazit und Ausblick .....	120
<b>A</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>122</b>
A.1	Simulationsmodell mit Kreisringscheibe .....	122
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>123</b>

# Abkürzungsverzeichnis

<b>Abkürzung</b>	<b>Beschreibung</b>
BPV	Brake Pressure Variation (Bremsdruckschwankung)
BTV	Brake Torque Variation (Bremsmomentschwankung)
CAD	Computer Aided Design (Rechnergestützte Konstruktion)
DTV	Disc Thickness Variation (Dickenvariation der Bremsscheibe)
ECE	Economic Commission for Europe (Prüfzeichen der Wirtschaftskommission für Europa)
FFT	Fast Fourier Transformation (Schnelle Fourier Transformation)
FZD	Fahrzeugtechnik Darmstadt
MKS	Mehrkörpersimulation
NAO	Non-Asbestos Organic (Asbestfreier, organischer Bremsbelag)
NVH	Noise Vibration Harshness (Störerscheinungen im Bereich Geräusche, Vibrationen, Rauheit)
P-Wert	Probability-Value (Signifikanzwert)
PWD	Progressive Waviness Distortion (Theorie der fortschreitenden Wellenverformung)
SRO	Side-Face-Runout (Planlauffehler)
TEI	Thermoelastic Instability (Theorie der thermoelastischen Instabilität)
TEPI	Thermoelastoplastic Instability (Theorie der thermoelastoplastischen Instabilität)
VA	Vorderachse



# Formelzeichen und Indizes

Lateinische Buchstaben:

Zeichen	Einheit	Bezeichnung
$a$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	Verzögerung
$a_n$	mm	Amplitude der n-ten Ordnung
$A_0$	mm	Schwingungsamplitude
$A_B$	mm	Amplitude der Durchbiegung
$A_K$	mm <sup>2</sup>	Kolbenfläche
$A_M$	mm	Modulationsamplitude
$A_R$	mm <sup>2</sup>	Fläche eines Reibblattes
$b$	$\frac{\text{J}}{\text{Km}^2\sqrt{\text{s}}}$	Wärmeeindringkoeffizient
$b_{\text{Bremskraft}}$		Bremskraftanteil der Achse
$c$	$\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$	spez. Wärmekapazität
$c_W$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Steifigkeit Winklerbettung
$C$		Dämpfungsmatrix
$d$	mm	Dicke der Brems Scheibe
$d_{BB}$	$\frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$	Dämpfung Bremsbelag
$d_{\text{Belag}}$	$\frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$	Dämpfung Bremsbelag
$d_{\text{Bus}}$	$\frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$	Dämpfung Bushing
$d_{\text{Dichtring}}$	$\frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$	Dämpfung Dichtring
$d_{\text{hyd}}$	$\frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$	Dämpfung Hydraulikflüssigkeit
$d_S$	$\frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$	Dämpfung Bremssattel
$D$	‰	Dämpfungsgrad
$e$	mm	Exzentrizität
$E$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	E-Modul
$E_{\text{kin}}$	J	kinetische Energie
$F_{\text{hyd}}$	N	hydraulische Kraft
$F_{\text{Sattelaufweitung}}$	N	Kraft durch Sattelaufweitung
$F_{\text{Dichtring}}$	N	Kraft durch Verformung des Dichtrings
$F_{\text{Bushing}}$	N	Kraft durch Verformung der Bushings
$F_{\text{Belag.FS}}$	N	Kraft durch Verformung des faustseitigen Belags

$F_{Belag.KS}$	N	Kraft durch Verformung des kolbenseitigen Belags
$F_{Reibung.HK.FS}$	N	Kraft durch Reibung des faustseitigen Hammerkopfs
$F_{Reibung.HK.KS}$	N	Kraft durch Reibung des kolbenseitigen Hammerkopfs
$F_{Unwucht}$	N	Kraft durch Unwucht
$F_N$	N	Normalkraft
$h$	m	Elementhöhe
$I$	mm <sup>4</sup>	Flächenträgheitsmoment
$I_j$		j-te Besselfunktion
$k$	$\frac{N}{mm}$	Steifigkeit
$k_{BB}$	$\frac{N}{mm}$	Steifigkeit Bremsbelag
$k_{Bus}$	$\frac{N}{mm}$	Steifigkeit Bushing
$k_{Dichtring}$	$\frac{N}{mm}$	Steifigkeit Dichtring
$k_{hyd}$	$\frac{N}{mm}$	Steifigkeit Hydraulikflüssigkeit
$k_S$	$\frac{N}{mm}$	Steifigkeit Bremssattel
$k_q$	$\frac{W}{mm^3}$	Wärmestromdichtenveränderung bei axialer Verformung
$K$		Steifigkeitsmatrix
$K_L$		Lastmatrix
$K_{symm}$		symmetrischer Anteil der Steifigkeitsmatrix
$l$	mm	Länge
$m$	kg	Masse des Fahrzeugs
$m_{Sattel.FS}$	kg	Masse des faustseitigen Bremssattelanteils
$m_{Sattel.KS}$	kg	Masse des kolbenseitigen Bremssattelanteils
$m_{BB.FS}$	kg	Masse des faustseitigen Bremsbelags
$m_{BB.KS}$	kg	Masse des kolbenseitigen Bremsbelags
$m_K$	kg	Masse des Kolbens
$m_{Zyl}$	kg	Masse des Bremszylinders
$M$		Massenmatrix
$M_{Brems}$	Nm	Bremsmoment
$n$		Ordnung
$n_{Reso}$		Ordnung der Raddrehzahl entsprechend der Resonanzfrequenz
$N$	N	Normalkraft
$p$	$\frac{N}{mm^2}$	Flächenpressung
$P$		P-Wert des Rangkorrelationskoeffizienten nach Spearman
$p_{hyd}$	$\frac{N}{mm^2}$	Bremsdruck

---

$p_{Brems.soll}$	$\frac{N}{mm^2}$	Sollbremsdruck
$q_m$	$\frac{W}{m^2}$	mittlere Wärmestromdichte
$r$	mm	Radius
$R$		linearer Korrelationskoeffizient
$r_{eff}$	mm	effektiver Reibradius
$r_s$		Korrelationskoeffizient nach Spearman
$rg_x$		Rangsortierung einer Messreihe x
$R_{i,k}$	$\frac{K}{W}$	Wärmeleitwiderstand zwischen Element i und k
$s_x$		Standardabweichung einer Reihe x
$\Delta t$	s	Dauer des Bremsvorganges
$T_i$	°K	Temperatur Element i
$v_{start}$	$\frac{m}{s}$	Anfangsgeschwindigkeit
$w$	mm	axiale Durchbiegung der Kreisringplatte
$x$	mm	Verschiebungsvektor
$x_{Belag.FS}$	mm	Verschiebung des faustseitigen Bremsbelags
$x_{Belag.KS}$	mm	Verschiebung des kolbenseitigen Bremsbelags
$x_{hyd}$	mm	Verschiebung des Bremszylinders
$x_K$	mm	Verschiebung des Kolbens
$x_{Sattel.FS}$	mm	Verschiebung des faustseitigen Bremssattelanteils
$x_{Sattel.KS}$	mm	Verschiebung des kolbenseitigen Bremssattelanteils
$z$	mm	Axiale Verformung der Bremsscheibe
$z_{mittel}$	mm	axiale Verformung der Mittelebene der Bremsscheibe
$z_{FS}$	mm	axiale Verformung der faustseitigen Reibfläche
$z_{KS}$	mm	axiale Verformung der kolbenseitigen Reibfläche

#### Griechische Buchstaben:

Zeichen	Einheit	Bezeichnung
$\alpha$	$\frac{1}{K}$	Wärmeausdehnung
$\delta$		Realteil des Eigenwertes
$\varepsilon$		Emissionsgrad
$\lambda$		Kritischer Beullastfaktor
$\lambda_w$	$\frac{W}{m^2K}$	Wärmeleitkoeffizient
$\lambda_i$		i-ter Eigenwert
$\mu$		Reibbeiwert
$\nu$		Querkontraktionszahl

$\rho$	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	Dichte
$\sigma$	$\frac{\text{J}}{\text{K}}$	Boltzmann Konstante
$\varphi$	$^\circ, \text{rad}$	Drehwinkel
$\varphi_n$	rad	Phasenwinkel der n-ten Ordnung
$\varphi_s$		symmetrischer Eigenvektor
$\phi$		Eigenvektor
$\Phi$		Matrix der Eigenvektoren
$\omega$	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Rotationsgeschwindigkeit
$\omega_M$	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Modulationsfrequenz
$\Omega$		Rotationsgeschwindigkeit

---

## Kurzzusammenfassung

Bremsenrubbeln ist eine fremderregte Schwingung des Bremssystems, die es in der Entwicklung zu vermeiden gilt. Eine Wirkungskette des Heißrubbels wurde in einem Vorgängerprojekt erarbeitet und bildet die Grundlage für diese Arbeit. Die Entstehung des Heißrubbels besteht aus verschiedenen Phasen und beginnt mit einer initialen Verwellung. Daraus resultieren im Bremssystem Bremsmomentschwankungen und die schwankende Reibleistung führt wiederum zu einem Wachstum der Bremsscheibenverformung.

In der Entwicklung werden zur Vermeidung von Heißrubbeln bei den Herstellern von Bremssystemen und Personenkraftwagen neben experimentellen Untersuchungen auch Simulationsmodelle angewandt.

In der Simulation haben sich vor allem zwei Arbeitsgebiete etabliert. Zum einen wird die Entstehung von Side-Face-Runout (SRO) und Hotspots untersucht. Zum anderen erfolgt eine Analyse der Auswirkung einer Anregung des Bremssystems durch SRO und der Bildung von Bremsmomentschwankungen. Die vorhandenen Modelle in den jeweiligen Arbeitsgebieten decken jedoch jeweils nur Teile der experimentell beobachteten Ordnungen aus der Literatur und auch für das Referenzbremssystem ab. Vor allem die Entstehung von SRO in niedrigen Ordnungen, die Wirkung von Einflussparametern innerhalb des Bremssystems bei einer Anregung in mittleren und hohen Ordnungen und die Entstehung von frequenzgetreuem Verhalten sind noch größtenteils offene Themengebiete.

Anhand der Prüfstandsergebnisse eines Partnerprojektes am Fachgebiet für Fahrzeugtechnik an der TU Darmstadt können sowohl die Relevanz, als auch die Unabhängigkeit von unterschiedlichen Ordnungen im SRO und BTV für das Referenzbremssystem dargestellt werden.

Für die Entstehung von SRO in niedrigen Ordnungen wird der Einfluss geometrischer Fehler in der Bremsscheibengeometrie dargestellt und auch der Einfluss der thermischen Belastung für zwei unterschiedliche Fehlerbilder aufgezeigt. Die Entstehung und das Wachstum von SRO werden auch für weitere Ordnungen betrachtet. So erweisen sich die Verwendung eines iterativ angepassten Wärmestroms und ein reduziertes, transientes Modell als hilfreich, um die dominanten Ordnungen im SRO der Bremsscheibe abzubilden.

Basierend auf einem vereinfachten Modell des Bremssystems, zeigt sich in Untersuchungen mit unterschiedlichen Anregungsordnungen neben der Wirksamkeit von einzelnen Parametern auch, dass die Wirkung der Maßnahmen mit der Anregungsordnung bzw. -frequenz variieren kann. Dabei ergeben sich vor allem drei Gruppen für die Abhängigkeit der Parameter von der Anregung.

Das in Messungen aufgetretene frequenzgetreue Verhalten des Bremssystems kann in dem linearisierten Berechnungsmodell auf eine instabile axiale Schwingung zurückgeführt werden. Durch die Bildung von SRO und Hotspots ist dadurch auch eine Fremderregung des Systems möglich. Damit erfolgt auch erstmals eine Verknüpfung zwischen selbsterregtem und fremderregtem Verhalten für Heißrubbeln.

# 1 Einleitung

## 1.1 Schwingungsprobleme

Der Zweck eines Bremssystems bei Pkw ist die Verzögerung des Kraftfahrzeugs und daher ist das Ziel in der Entwicklung die Umwandlung von kinetischer Energie in Wärmeenergie. Neben diesem primären Entwicklungsziel ist auch die Verbesserung des Bremskomforts eine immer wichtigere Aufgabe im Entwicklungsprozess.

Bremssysteme wurden in den vergangenen Jahren und Jahrzehnten kontinuierlich weiterentwickelt und der technologische Standard ständig erhöht. Die Reduzierung von Bremsgeräuschen und Schwingungsproblemen an der Bremse ist allerdings immer noch eine große Herausforderung.

Schwingungen und Geräusche während des Bremsvorganges bewirken eine Verschlechterung des Qualitätseindrucks für den Kunden und sorgen somit für Kundenreklamationen und Imageverlust bei dem Pkw-Hersteller. Darüber hinaus können Komforteinbußen bei Herstellern im Premiumsegment einen eindeutigen Sachmangel darstellen.<sup>1</sup>

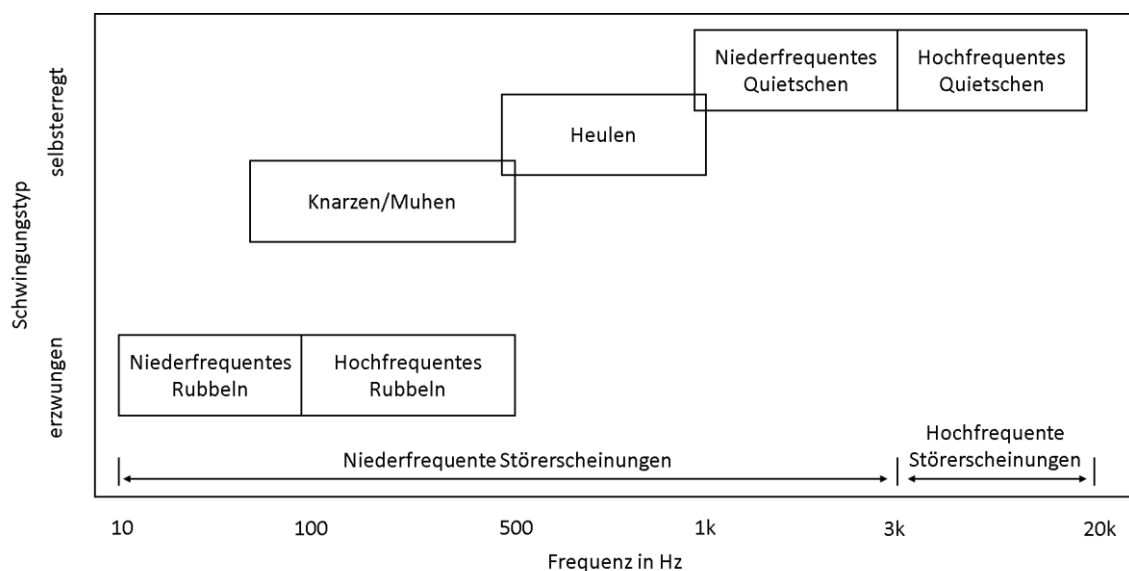


Abbildung 1: Schwingungsprobleme an Bremssystemen (nach Allgaier<sup>2</sup>)

<sup>1</sup> Urteil OLG Schleswig Urt. V. 25.07.2008, Az.: 14 U 125/07

<sup>2</sup> Allgaier, R.: Experimentelle und numerische Untersuchungen ... (2002) in Breuer, B., Bill, B.: Bremsenhandbuch (2012), S. 563

Bei der Entwicklung eines Bremssystems gilt es verschiedene Störscheinungen zu vermeiden. Diese Störscheinungen können je nach ihrem Schwingungstyp und ihrer Frequenz unterschieden werden, wie es in Abbildung 1 der Fall ist.

Am oberen Teil des betrachteten Frequenzspektrums befindet sich das Bremsenquietschen, das in ein niederfrequentes und ein hochfrequentes Quietschen unterteilt wird. Bei diesem Phänomen handelt es sich um eine selbsterregte Schwingung, bei der es durch die Reibung zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe zu einer instabilen Kopplung der Eigenmoden kommt.<sup>3</sup> Bremsenquietschen wird als Luftschall zum Fahrer und zu umstehenden Personen übertragen und als unangenehmes Geräusch wahrgenommen.

Am unteren Ende des Frequenzspektrums befindet sich das Bremsenrubbeln als erzwungene Schwingung. Diese Art der Schwingung ist für manche Fahrzeughersteller bezogen auf die Kundenreklamationen die wichtigste der Störscheinungen. So entfallen, wie in Abbildung 2 zu sehen, für Bentley Motors 75 % aller Kundenbeanstandungen bzgl. Störscheinungen an der Bremse auf Rubbeln.<sup>4</sup>

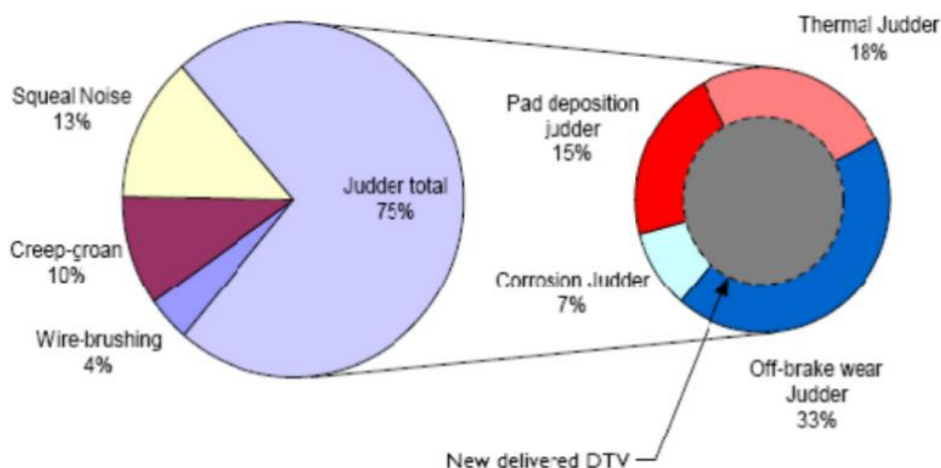


Abbildung 2: Kundenreklamationen für verschiedene Bremsgeräusche bei Bentley Motors<sup>4</sup>

---

<sup>3</sup> Häsler, K.: Diss., Untersuchungen zum Phänomen des Bremsenquietschens ... (2002), S. 64

<sup>4</sup> Fieldhouse, J. et al.: A Study of Thermal Judder on a Laboratory Dynamometer (2008)



## 1.2 Bremsenrubbeln

Die Quelle der Anregung ist beim Bremsenrubbeln das Bremssystem<sup>5</sup> mit der Reibzone als Ursprung<sup>6</sup>.

Ungleichförmigkeiten der Bremsscheibenoberfläche führen innerhalb des Bremssystems zu variierenden Normalkräften am Bremsbelag und erzeugen im Bremssystem Schwankungen im Bremsdruck. Die Bremsdruckschwankungen (BPV – Brake Pressure Variations) werden über den Kolben und das hydraulische System zum Bremspedal übertragen und sind vom Fahrer über seinen Fuß spürbar.

Schwankungen in der Normalkraft führen außerdem zu Schwankungen im Bremsmoment. Diese Bremsmomentschwankungen (BTV – Brake Torque Variations) verursachen dann, wie in Abbildung 3 dargestellt, Vibrationen von Karosserie und Lenkung.

Die resultierende Schwingung überträgt sich vom Bremssystem über Fahrwerk, Lenkung und Bremsaktuatorik an den Fahrer. Neben einer zu hohen Amplitude der Schwingungen an Lenkrad und Fahrersitz können auch bereits Veränderungen der Amplitudenhöhe vom Fahrer als unangenehm empfunden werden.<sup>7</sup>

Vergleichbare Schwingungen können neben dem Bremsenrubbeln auch durch das Fahrbahnspektrum, eine Unwucht in rotierenden Komponenten oder auch Ungleichförmigkeiten in den Reifen hervorgerufen werden.<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> Augsburg, K. et al.: Untersuchungen zum Rubbelverhalten von Pkw-Schwimmsattelbremsen (1999)

<sup>6</sup> Augsburg, K.: Interaktion von Fahrwerks- und Bremseigenschaften ... (2000)

<sup>7</sup> Jardim, F. et al.: Relationship between DTV, BTV and BPV ... (2010)

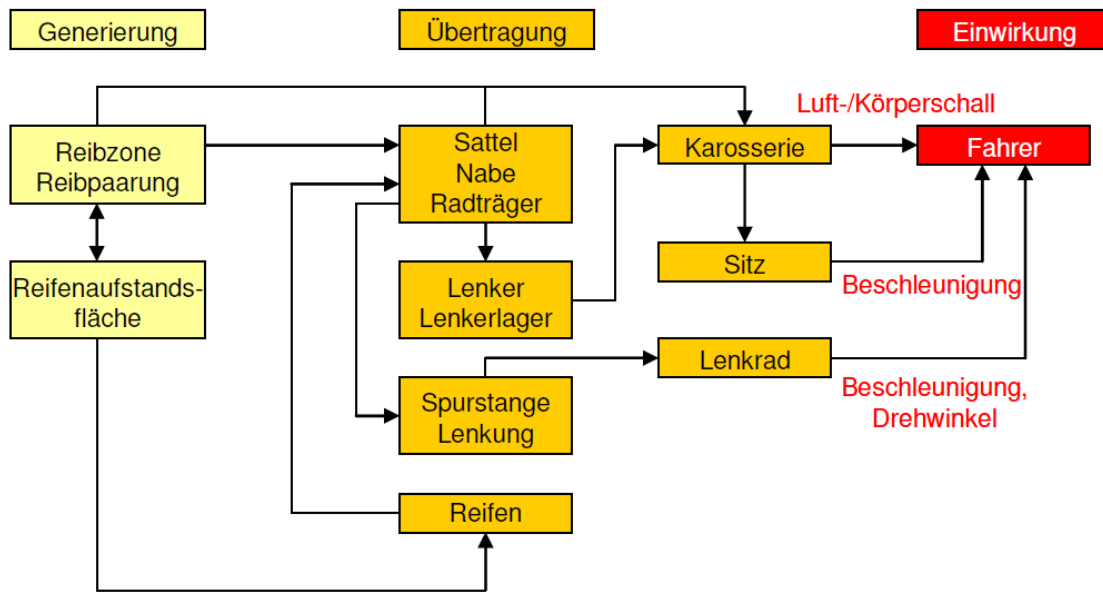


Abbildung 3: Schematischer Übertragungspfad für Rubbeln<sup>8</sup>

Die beiden wichtigsten Größen an der Bremsscheibe sind beim Rubbeln das SRO (Side-Face Run Out) - im Deutschen auch Scheibenschlag oder Planlauffehler genannt - und die Dickenschwankungen der Bremsscheibe, abgekürzt als DTV (Disc Thickness Variation).

Das SRO entspricht dabei der maximalen Schwankung der Mittelebene der Bremsscheibe.

$$SRO = \max(z_{\text{mittel}}(\varphi)) - \min(z_{\text{mittel}}(\varphi)) \text{ für } \varphi \in [0, 2\pi[ \quad (1)$$

$z$  ist dabei, wie in Abb. 4 dargestellt, die axiale Verformung der Bremsscheibe und  $z_{\text{mittel}}$  ist die axiale Verformung der Mittelebene der Bremsscheibe. Oftmals wird das SRO auch über den Bremsscheibenumfang (Winkel  $\varphi$ ) aufgetragen. Dann entspricht die Bezeichnung  $SRO(\varphi)$  dem Verlauf der Mittelebene der Bremsscheibe über dem Umfang.

Das Maximum der Dickenvariation der Bremsscheibe wird mit dem Begriff DTV bezeichnet. Mit der lokalen Dicke  $d(\varphi)$  der Bremsscheibe ergibt sich somit ein Wert für DTV.

$$DTV = \max(d(\varphi)) - \min(d(\varphi)) \text{ für } \varphi \in [0, 2\pi[ \quad (2)$$

<sup>8</sup> Augsburg, K.: Interaktion von Fahrwerks- und Bremseigenschaften ... (2000)

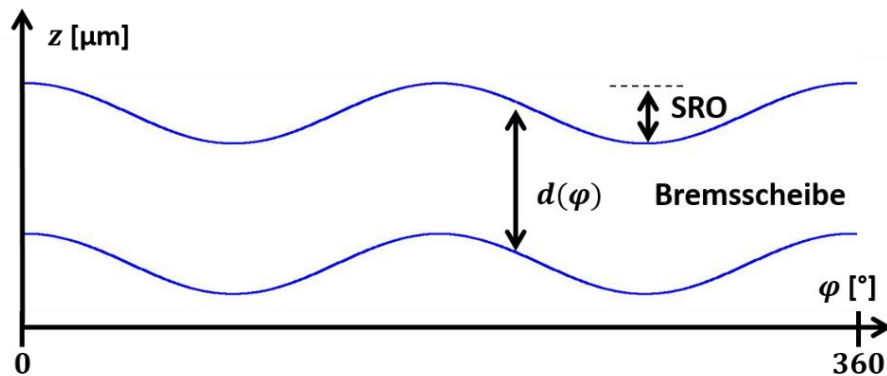


Abbildung 4: Definition von DTV und SRO anhand des Schnittbildes einer Bremsscheibe nach Engel<sup>9</sup>

Diese Verformungen treten nicht nur, wie in Abbildung 4 zu sehen, mit einem lokalen Minimum und Maximum auf, sondern können eine nahezu beliebige Form aufweisen. Um diese zu charakterisieren, werden die Bremsscheibenverformungen als Fourierreihe beschrieben.

$$z_{\text{FS bzw. KS}}(r, \varphi) = \sum_n a_n(r) \cos(n\varphi + \varphi_n(r)) \quad (3)$$

$$\text{für } \varphi, \varphi_n \in [0, 2\pi), r \in [r_i, r_a], n \in \mathbb{N}_0$$

Die Amplitude  $a_n(r)$  des jeweiligen Verformungsanteils und der Phasenversatz  $\varphi_n(r)$  hängen dabei vom Radius ab. Es wird  $n$  als die Ordnung der Verformung bezeichnet. Ebenso werden bei Vibrationen Vielfache der Raddrehzahl als  $n$ -te Ordnung bezeichnet. Gibt es für die Amplituden  $a_n(r)$  ein Maximum, so wird diese Ordnung als dominant bezeichnet.

Basierend auf den unterschiedlichen Ursachen für die Verformung der Bremsscheibe unterscheidet man das Bremsenrubbeln in die beiden Kategorien Kaltrubbeln und Heißrubbeln.

### 1.2.1 Kaltrubbeln

Kaltrubbeln entsteht durch Dickenschwankungen der Bremsscheibe, die bereits im ungebremsten und kalten Zustand vorhanden sind.<sup>10</sup>

Die Dickenschwankungen der Scheibe setzen sich dabei aus unterschiedlichen Anteilen zusammen. Auf der einen Seite gibt es fertigungsbedingte Dickenschwankungen, welche

<sup>9</sup> Engel, H.G.: Diss., Systemansatz zur Untersuchung ... (1998), S. 80

<sup>10</sup> Engel, H.G.: Diss., Systemansatz zur Untersuchung ... (1998), S. 80ff

zwar eng toleriert sind, jedoch nie gänzlich vermieden werden können. Auf der anderen Seite entstehen zusätzliche Scheibendickenschwankungen durch Kaltauswaschungen bei partiellem Kontakt zwischen Brems Scheibe und Bremsbelag während der Fahrt. Die resultierenden Verschleißerscheinungen an der Brems Scheibe weisen dabei eine nicht-uniforme Verteilung über den Umfang auf.<sup>11 12</sup>

Ein partieller Kontakt zwischen Brems Scheibe und Bremsbelag kommt insbesondere dann zustande, wenn ein zu großer SRO im Einbauzustand vorhanden ist.<sup>13</sup> Neben dem fertigungsbedingten axialen Schlag der Brems Scheibe selbst (oftmals unter  $40\text{ }\mu\text{m}$ ), können auch der Schlag der Nabe und eine ungleichmäßige Montage dazu führen, dass ein SRO von über  $100\text{ }\mu\text{m}$  erreicht wird.

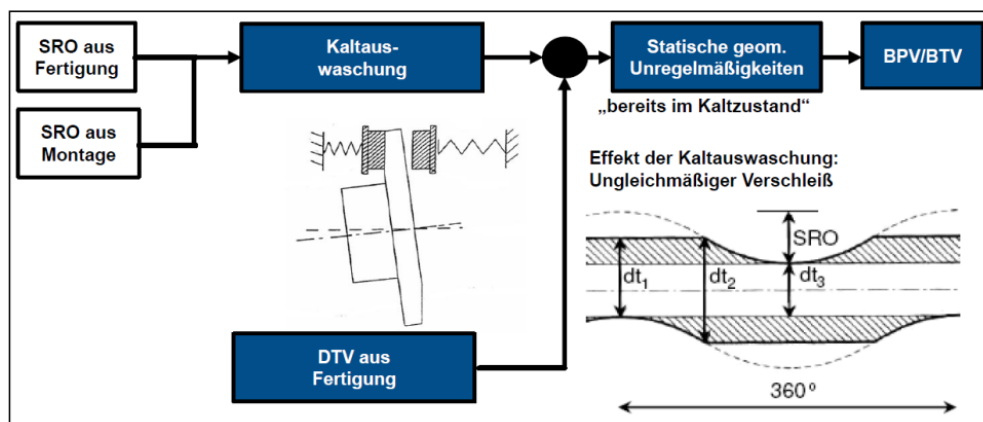


Abbildung 5: Wirkungskette für Kaltrubbeln<sup>14</sup>

Die Wirkungskette des Kaltrubbelns ist in Abbildung 5 dargestellt. Hierbei überlagern sich DTV aus Kaltauswaschungen und Fertigung zu einer statischen Dickenvariation. Diese verursacht bei Bremsungen BTV und BPV.

Der Verschleiß der Brems Scheibenoberfläche ist beim Kaltrubbeln auch über dem Radius nicht immer gleichmäßig ausgeprägt, sondern erfolgt je nach Betriebspunkt in unterschiedlichen Regionen.<sup>15</sup>

So entstehen während einer Bremsung durch die Schirmung und die Sattelaufweitung andere Verschleißregionen als bei unbetätigter Bremse. Die unterschiedlichen Verschleißbereiche sind in Abbildung 6 dargestellt.

<sup>11</sup> Brunner, H., Koch, L.: Schwingungen ... in Breuer, B., Bill, B.: Bremsenhandbuch (2012), S. 563

<sup>12</sup> Engel, H.G.: Diss., Systemansatz zur Untersuchung ... (1998), S. 80ff

<sup>13</sup> Augsburg, K. et al.: Untersuchungen zum Rubbelverhalten von Pkw-Schwimmsattelbremsen (1999)

<sup>14</sup> Engel, H.G.: Diss., Systemansatz zur Untersuchung ... (1998), S. 10ff

<sup>15</sup> Schumann, M.: Diss., Analyse methode ..., 2006, S. 112

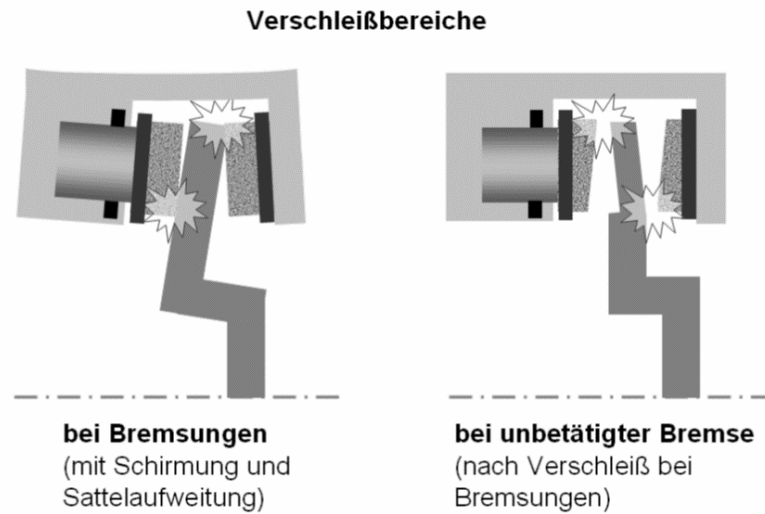


Abbildung 6: Verschleißbereiche bei Schirmung und Sattelaufweitung (links) und unbetätigter Bremse (rechts)<sup>15</sup>

Da es sich beim Kaltrubbeln um verschleißbedingte Dickenfehler in der Bremsscheibe als Auslöser von BTV und BPV handelt, kann diese Art des Rubbelns über eine Dickenmessung der Bremsscheibe identifiziert werden.

### 1.2.2 Heißrubbeln

Im Gegensatz zum Kaltrubbeln sind beim Heißrubbeln die Veränderungen im SRO und DTV der Bremsscheibe dynamisch und zumindest teilweise reversibel. Daher sind auch die Amplituden der daraus resultierenden Bremsmomentschwankungen und Bremsdruckschwankungen im Verlauf der Bremsung variabel.

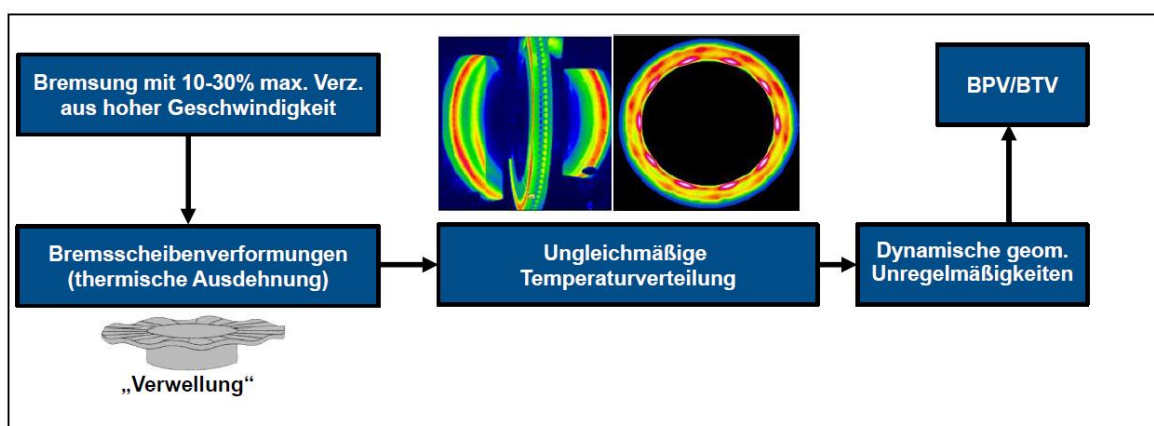


Abbildung 7: Wirkungskette für Heißrubbeln nach Sardá<sup>16</sup>

<sup>16</sup> Sardá, A. et al.: Hotspots and Thermal Judder, (2008)

Eine vereinfachte Wirkungskette des Heißrubbels ist in Abbildung 7 dargestellt.<sup>17</sup> Durch die thermische Belastung der Bremsscheibe während des Bremsvorganges entstehen axiale Verformungen der Bremsscheibe. Besonders Bremsungen aus hohen Geschwindigkeiten und mit niedrigen Verzögerungen weisen Heißrubbeln auf. So konnte z.B. in Fahrzeugversuchen von Lee Heißrubbeln erst ab mindestens 170 km/h Ausgangsgeschwindigkeit gemessen werden.<sup>18</sup>

Im weiteren Verlauf der Bremsung entsteht aufgrund der axialen Verformung der Bremsscheibe ein über den Umfang der Bremsscheibe ungleichmäßiger Druck des Bremsbelages auf die Scheibenoberfläche. Dieser variierende Anpressdruck führt zu einer ungleichmäßigen Verteilung des Wärmestromes in die Bremsscheibe und eine ungleichmäßige Temperaturverteilung.

Eine über den Umfang ungleichmäßige Temperaturverteilung bewirkt durch die entsprechend ungleiche thermische Ausdehnung in den Reibringen Dickenschwankungen und ein weiteres Wachstum des SRO. Die so entstandenen dynamischen SRO und DTV überlagern sich und führen über die Variationen in der Normalkraft zu Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen.

Da die Reibleistung an den Maxima der axialen Verformung jeweils am höchsten ist, können dort auch lokale Wärmenester, sog. Hotspots, entstehen. Diese unterscheiden sich in ihrer Temperatur stark von den umgebenden Gebieten und sind aufgrund ihres Entstehungsprozesses gleichphasig zur axialen Verformung auf der Bremsscheibe. Bei hohen Maximaltemperaturen innerhalb der Hotspots kann es auch zu einer ungleichmäßigen Zwischenschicht<sup>19</sup> oder dauerhaften Materialtransformationen auf der Bremsscheibe<sup>20</sup> kommen.

In Abbildung 8 wurde die erweiterte Wirkungskette als Kreislauf dargestellt. So führen, ausgehend von einer initialen Verwellung, die Verformung der Bremsscheibe zu unterschiedlichen Flächenpressungen zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe und daher auch zu Bremsmoment- bzw. Bremsdruckschwankungen. Diese Schwankungen in der Flächenpressung wiederum sorgen für einen unterschiedlichen Wärmeeintrag in die Bremsscheibe und somit zu einem Wachstum von SRO und DTV.

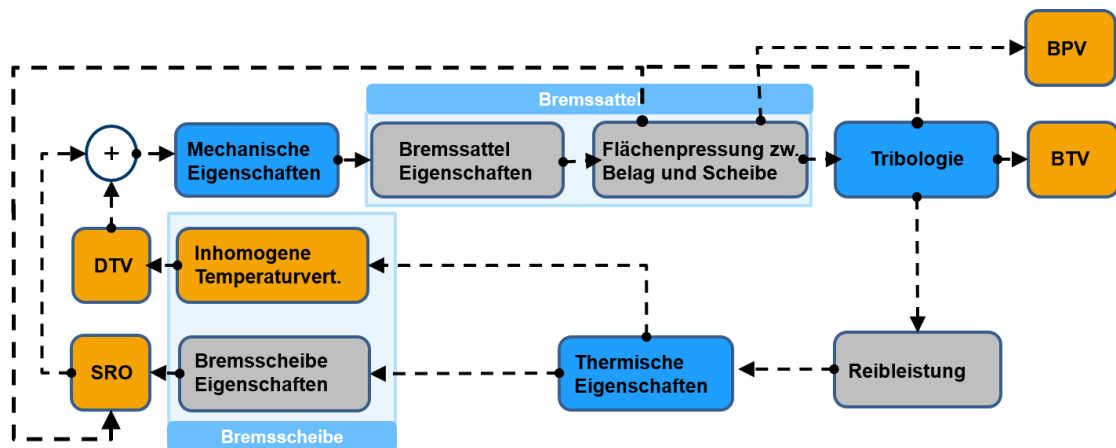
---

<sup>17</sup> Sardá, A. et al.: Hotspots and Thermal Judder, (2008)

<sup>18</sup> Lee, K., Dinwiddie, R.B.: Conditions of Frictional Contact ... (1998)

<sup>19</sup> Ostermeyer, G.P., Müller, M.: Dynamic interaction of friction and surface topography ... (2006)

<sup>20</sup> Kasem, H. et al.: Thermal levels and subsurface damage ... (2011)

Abbildung 8: Wirkungskette für Heißrubbeln<sup>21</sup> nach Sardá<sup>22</sup>

<sup>21</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)

<sup>22</sup> Sardá, A.: Diss., Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln ... (2009), S. 71ff

## 2 Stand der Technik

### 2.1 Thermomechanische Simulationsmodelle der Bremsscheibe

Aufgrund der Modellgröße und der entsprechenden Komplexität des Problems sind viele Simulationsmodelle auf die Bremsscheibe als einziges Bauteil beschränkt. Dabei wird vor allem das thermomechanische Verhalten der Bremsscheibe analysiert. In der Fachliteratur werden dazu meist entweder theoretische Betrachtungen an einfacheren Körpern, wie z.B. einer Kreistringscheibe, durchgeführt oder Finite-Elemente-Modelle für die Bremsscheibe verwendet.

#### 2.1.1 Schirmung der Bremsscheibe

Eine Messgröße für die Verformung der Bremsscheibe unter thermischer Last ist die Schirmung. Durch eine ungleiche Temperaturverteilung in den beiden Reibringen und die Anbindung am Topf kommt es in der Bremsscheibe während des Bremsvorganges zu einer tellerförmigen Verformung, wie in Abbildung 9 dargestellt.<sup>23</sup>

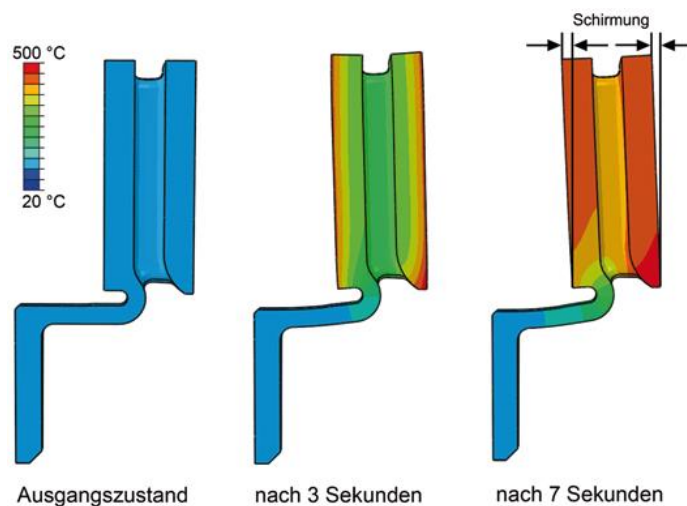


Abbildung 9: Schirmung einer Bremsscheibe unter thermischer Belastung<sup>23</sup>

---

<sup>23</sup> Eichhorn, U. et al.: Fahrzeugtechnische Anforderungen in Breuer, B., Bill, B.: Bremsenhandbuch (2012), S. 45



Am Prüfstand hat Kubota<sup>24</sup> den Zusammenhang zwischen Schirmung und SRO untersucht. Hierzu wurde die Temperatur der Bremsscheibe vor der jeweiligen Bremsung variiert, um somit unterschiedlich starke Ausprägungen der Schirmung zu erhalten. Bei seinen Tests stellte er eine Verformung der Bremsscheibe in der 8. Ordnung fest und verglich diese mit der anfänglichen Schirmung, wie in Abbildung 10 zu sehen ist. Es erweist sich für den Autor ein linearer Zusammenhang zwischen dem Winkel der Schirmung und SRO in der 8. Ordnung. Als Erklärung wird angegeben, dass ein größerer Winkel zu einer ungleichmäßigeren Anpressung der Beläge an die Bremsscheibe führt und somit die Bildung von Hotspots bzw. SRO begünstigt.

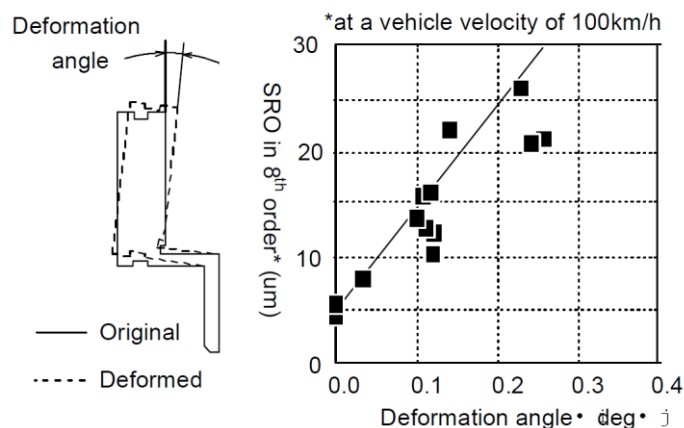


Abbildung 10: Einfluss der Schirmung auf SRO in der 8. Ordnung<sup>24</sup>

Berechnungen des Schirmungsverhaltens mit uniformem Wärmestrom in beide Reibringe haben z.B. Adamowicz<sup>25</sup>, Chung<sup>26</sup> oder Valvano<sup>27</sup> durchgeführt. Sie verwenden jeweils ein Finite-Elemente-Modell eines Segments des Reibringes über dem Umfang und begründen dies mit der Rotationssymmetrie der Bremsscheibe. In Abhängigkeit von der kinetischen Energie des Fahrzeuges wird ein entsprechender Wärmestrom auf die Reibringe aufgebracht und die Temperatur sowie die Schirmung berechnet. Von den Autoren wird keine Aussage über einzelne Messgrößen des Heißrubbelns getroffen, jedoch erwarten sie jeweils eine Verbesserung des Heißrubbelverhaltens bei reduzierter Schirmung.

<sup>24</sup> Kubota, M. et al.: A Study of the Mechanism Causing High-Speed Brake Judder (1998)

<sup>25</sup> Abramowicz, A., Grzes, P.: Three-dimensional FE model of frictional heat generation ... (2011)

<sup>26</sup> Chung, W.S. et al.: Numerical analysis method to estimate thermal deformation ... (2010)

<sup>27</sup> Valvano, T., Lee, K.: An Analytical Method to Predict Thermal Distortion of a Brake Rotor (2000)

## 2.1.2 Temperaturverteilung in der Bremsscheibe

Neben der Schirmung ist auch die Temperatur der Bremsscheibe und deren Einfluss auf das Heißrubbeln Gegenstand der Forschung.

Temperaturgradienten bewirken durch die unterschiedliche thermische Ausdehnung und die Anbindung der Bremsscheibe am kalten Bremsstopf die Entstehung von Spannungen innerhalb der Bremsscheibe. Zusätzliche Spannungen bilden sich in der Bremsscheibe durch die eingeschränkte Längenzunahme aufgrund der Kreisstruktur. Für das Minimalmodell einer Kreisringplatte können Lasten durch Temperaturfelder theoretisch hergeleitet werden.

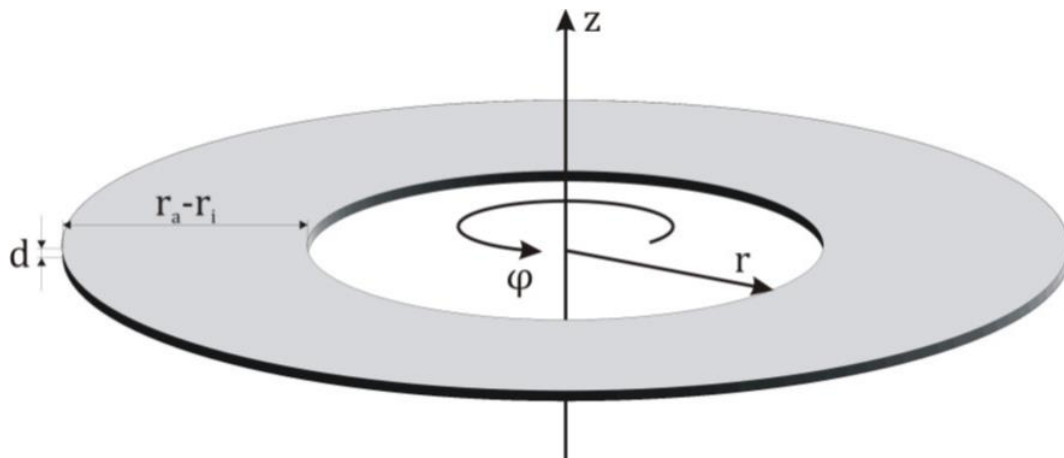


Abbildung 11: Koordinatensystem und Abmessungen einer Kreisringplatte<sup>28</sup>

So ergibt sich für eine Kreisringplatte mit den Koordinaten und Abmessungen aus Abbildung 11 für die Durchbiegung  $w$  die folgende Gleichung:<sup>28</sup>

$$\begin{aligned}
 K\Delta\Delta w + N_r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + N_\varphi \frac{\partial w}{r \partial r} + N_\varphi \frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \varphi^2} \\
 = \frac{12K\alpha(1-\nu^2)}{d^3 r} \left[ \int_{-d/2}^{d/2} \frac{\partial^2 \Delta T}{r \partial \varphi^2} z dz \right. \\
 \left. + \frac{\nu}{1-\nu} \int_{-d/2}^{d/2} \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial r^2} z dz (r - r_i) + \frac{1+\nu}{1-\nu} \int_{-d/2}^{d/2} \frac{\partial \Delta T}{\partial r} z dz \right]
 \end{aligned} \tag{4}$$

In dieser Gleichung ist  $K$  die Steifigkeit der Kreisringplatte,  $w$  deren axiale Durchbiegung und  $N_r$  und  $N_\varphi$  die Normalkräfte in Radial- bzw. Umfangsrichtung. Die Größen  $\alpha$  und  $\nu$  sind die Materialparameter für die thermische Ausdehnung bzw. die Querkontraktion und

<sup>28</sup> Seipel, G.: Entwicklung eines Modells zur Beschreibung des Verformungsverhaltens ... (2008)

$T$  ist die Temperaturverteilung innerhalb der Kreistringscheibe. Der rechte Teil der Gleichung entspricht dabei der Lastfunktion für die Biegegleichung der Kreistringscheibe und hängt maßgeblich von der Temperaturverteilung ab. Temperaturverteilungen ganz ohne Gradienten in den Koordinaten  $r, \varphi$  oder auch Verteilungen mit symmetrischer Temperaturaufteilung in axialer Richtung weisen keine resultierenden Lasten auf. Für alle anderen Temperaturverteilungen ergibt sich bereits für eine perfekte Kreistringscheibe eine Verformung durch die thermische Last.

Jung<sup>29</sup> hat die maximale Temperatur bei uniformer Einleitung der Wärme in beide Reibringe mittels eines Finite-Elemente-Modells der Bremsscheibe anhand von ausgewählten Designparametern optimiert. Das optimale Design war in seiner Arbeit deckungsgleich mit dem Design der Schirmungsoptimierung und hat sich anschließend auch in einer Simulation bzgl. Hotspots bewährt.

In Simulationen von Fieldhouse<sup>30</sup> wurde insbesondere die Temperaturverteilung zwischen Bereichen auf den Reibringen mit und ohne unterliegende Kühlrippe untersucht. Bereiche des Reibringes über dem Kühlkanal werden in Messungen heißer, als Bereiche des Reibringes mit Anbindung zu einer Kühlrippe. Anhand von Simulationen wurde dieser Effekt nachgestellt und festgehalten, dass solche heißen Gebiete durch ihre Temperatur und die damit verbundene Ausdehnung möglicherweise zu Hotspots führen können. Daher wurde die Geometrie der Kühlkanäle optimiert, um die thermischen Gradienten auf dem Reibring möglichst zu minimieren. In Abbildung 12 ist zu sehen, wie die optimierte Geometrie mit minimalen Temperaturgradienten über den Umfang der Bremsscheibe aussieht.

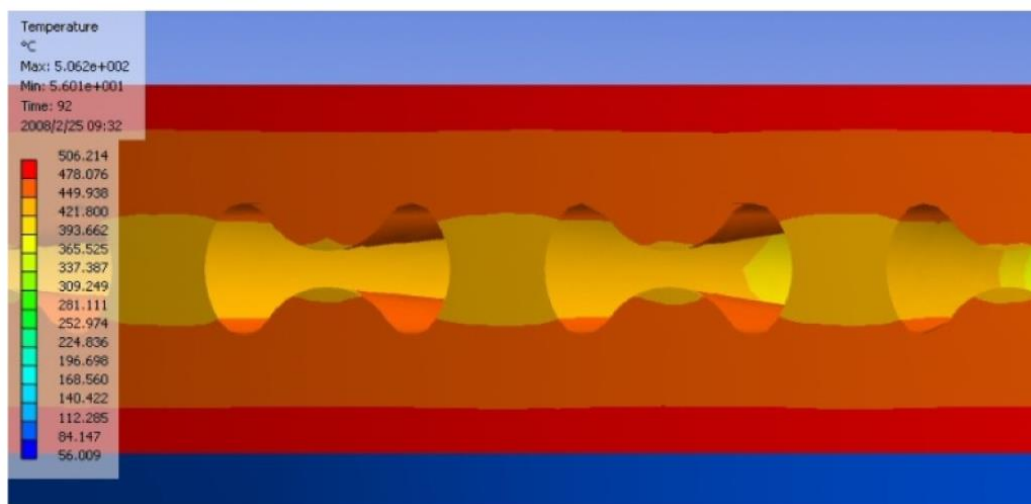


Abbildung 12: Simulation der Bremsscheibentemperatur bei optimierter Kühlkanalgeometrie<sup>30</sup>

<sup>29</sup> Okamura, T., Yumoto, H.: Fundamental Study on Thermal Behavior of Brake Discs (2006)

<sup>30</sup> Fieldhouse, J.D. et al.: Hot Judder – An Investigation ... (2011)

## 2.2 Beulen

Beulen aufgrund von thermischen oder mechanischen Lasten ist ein bekanntes Phänomen für Balken- oder Plattenstrukturen, bei dem sich ab einer kritischen Last die relevante Beulform sprunghaft ausbilden kann.

Gemeinsam haben diese Ansätze alle, dass das Modell auf eine Beulgleichung der Form

$$(K + \lambda_i K_L) \phi_i = 0 \quad (5)$$

zurückgeführt wird. In dieser Gleichung ist  $K$  die Steifigkeitsmatrix des Bauteils im Betriebszustand,  $K_L$  die Steifigkeitsmatrix durch die Last und  $\lambda_i$  der kritische Lastfaktor für die Beulform  $\phi_i$ . Vergleichbar einem Knickstab, ist für das Modell ab der kritischen Last ein plötzliches und unbegrenztes Wachstum der Verformung ohne zusätzliche Belastung möglich. Im Falle von Heißrubbeln stellt zumeist die thermische Last der Brems Scheibe diese Belastung dar.

Fan<sup>31</sup> hat eine Untersuchung des Beulens an Kreistringscheiben aufgrund von elastisch-plastischen Spannungen durch Temperaturfelder durchgeführt. In Abbildung 13 sind zwei der untersuchten Temperaturfelder und deren Position auf der Brems Scheibe zu sehen. Theoretische Betrachtungen ermöglichen es ihm, für verschiedene Beulformen eine kritische Temperaturlast vorherzusagen. Bei Überschreiten der niedrigsten kritischen Temperaturlast würde sich die jeweilige Beulform in der Kreistringscheibe ausbilden. Die berechnete kritische Temperatur liegt für eine Kreistringscheibe mit einem Innen- bzw. Außendurchmesser von 223 mm bzw. 363 mm und einer Dicke von 15 mm bei 926 °C.

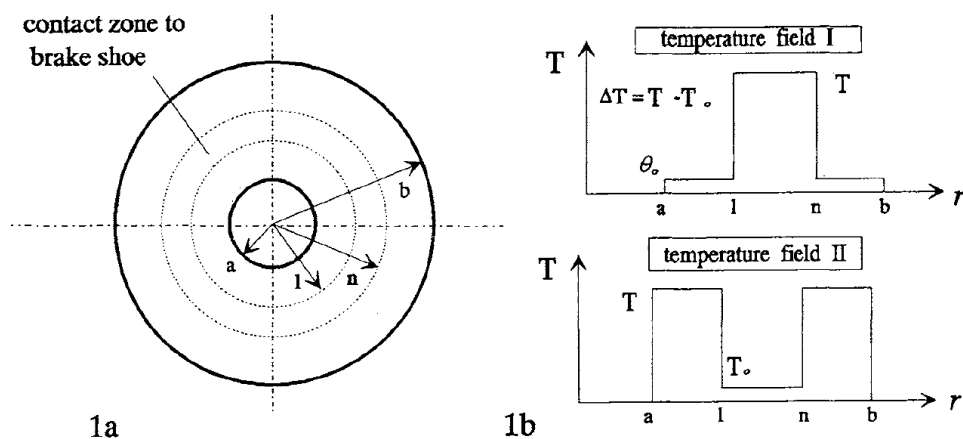


Abbildung 13: Modell von Fan: 1a) Geometrie der Scheibe, 1b) Temperaturverteilungen<sup>32</sup>

<sup>31</sup> Fan, X., Lippmann, H.: Elastic-Plastic Buckling of Plates under Residual Stress (1996)

<sup>32</sup> Fan, X., Lippmann, H.: Elastic-Plastic Buckling of Plates under Residual Stress (1996)

Krempazky<sup>33</sup> erweiterte den Ansatz von Fan auf Basis der Kirchhoff'schen Plattentheorie um die thermomechanische Kopplung mit dem Bremsbelag. Hierzu wird der Belag über eine viskoelastische Winklerbettung modelliert und zusammen mit den Gleichungen für Trägheitskräfte, dem Grundspannungszustand, der Biegung und Einspannung der Scheibe sowie deren Spannung durch thermische Lasten zu einem Eigenwertproblem kombiniert. Dieses Eigenwertproblem liefert die kritische Last unter den gegebenen Randbedingungen und die jeweilige Beulform. Ein Abgleich mit Versuchen an Kreisringscheiben mit einer Dicke von 2 bis 3 mm liefert ohne Betrachtung der Winklerbettung eine passende Vorhersage der Ordnung der Beulform und eine Vorhersage der kritischen Last mit einem Fehler von durchschnittlich 3,4 %. Die Untersuchungen sagen einen Anstieg der kritischen Last bei Zunahme des Verhältnisses von Innenradius zu Außenradius voraus. Ebenso sagt das Modell eine erhöhte kritische Last für eine steifere Anbindung der Kreisringscheibe am Innenradius vorher.

Eine andere Form des Beulens hat Kao<sup>34</sup> untersucht. Er kommt zu dem Schluss, dass phasenverschobene Temperaturinhomogenitäten auf den beiden Reibringen zu einem Beulen der Bremsscheibe führen. Diese daraus resultierende axiale Verformung der Bremsscheibe verursacht wiederum eine Erhöhung der Ungleichmäßigkeit in der Temperatur und damit eine weitere Erhöhung der Beullast. Dieses instabile Verhalten wird von dem Autor „thermoelastic instable buckling“ genannt. Die ursprüngliche Inhomogenität in der Temperatur wird auf Dickenfehler vor der Bremsung zurückgeführt. Eine Erhöhung der dominanten Ordnung wird ebenfalls für möglich gehalten, ohne dafür eine Wirkungskette explizit darzustellen.

## 2.3 Simulationsmodelle mit Bremsscheibe und Bremsbelag

Ein über den Umfang der Bremsscheibe variabler Wärmestrom kommt während des Bremsvorganges durch den Bremsbelag und die Verformung der Bremsscheibe zustande. Dieser Umstand wurde bei Betz modelliert, indem der Wärmestrom mittels einer linearen Gleichung von dem aktuellen Verformungszustand abhängig ist.<sup>35</sup> Der Autor hat den variablen Wärmestrom an einem Finite-Elemente-Modell einer Kreisringscheibe umgesetzt. Bei der Anwendung der Vorgehensweise auf das Modell wurde ein Übergang von einer Störung in der 9. Ordnung in die 3. Ordnung beobachtet.

---

<sup>33</sup> Krempazky, C.: Diss., Plattenbeulen unter thermisch induzierten Eigenspannungen (2002)

<sup>34</sup> Kao, T.K., Richmond, J.W.: Brake disc Hotspotting and thermal judder ... (2000)

<sup>35</sup> Betz, A.: Erwärmungs- und Verformungsverhalten ... (2008), S. 20ff

Bei Steffen wird der Bremsbelag mittels mehrerer Feder-Dämpfer-Systeme<sup>36</sup> modelliert. Er koppelt in seiner Arbeit die Einzelfeldprobleme der Temperatur und des Verschiebungsfeldes, wobei er den Bremsbelag mittels Feder-Dämpfer-Systeme abbildet. Dieses Vorgehen ist in Abbildung 14 dargestellt. Die Umsetzung erfolgt über Finite-Elemente-Modelle und führt zu Wellen in der Temperatur auf der Bremsscheibenoberfläche. Die zugrundeliegende Theorie geht von einer sich ausbreitenden Störung durch einen lokalen Temperatursprung aus. Dieser Temperatursprung kann dem Autor zufolge von mehreren Faktoren wie einem lokalen Druckunterschied, einem Reibwertunterschied, einem Wärmestromunterschied, einer ungleichförmigen Temperaturverteilung oder einer ungleichförmigen Verformung der Reibringoberfläche kommen.

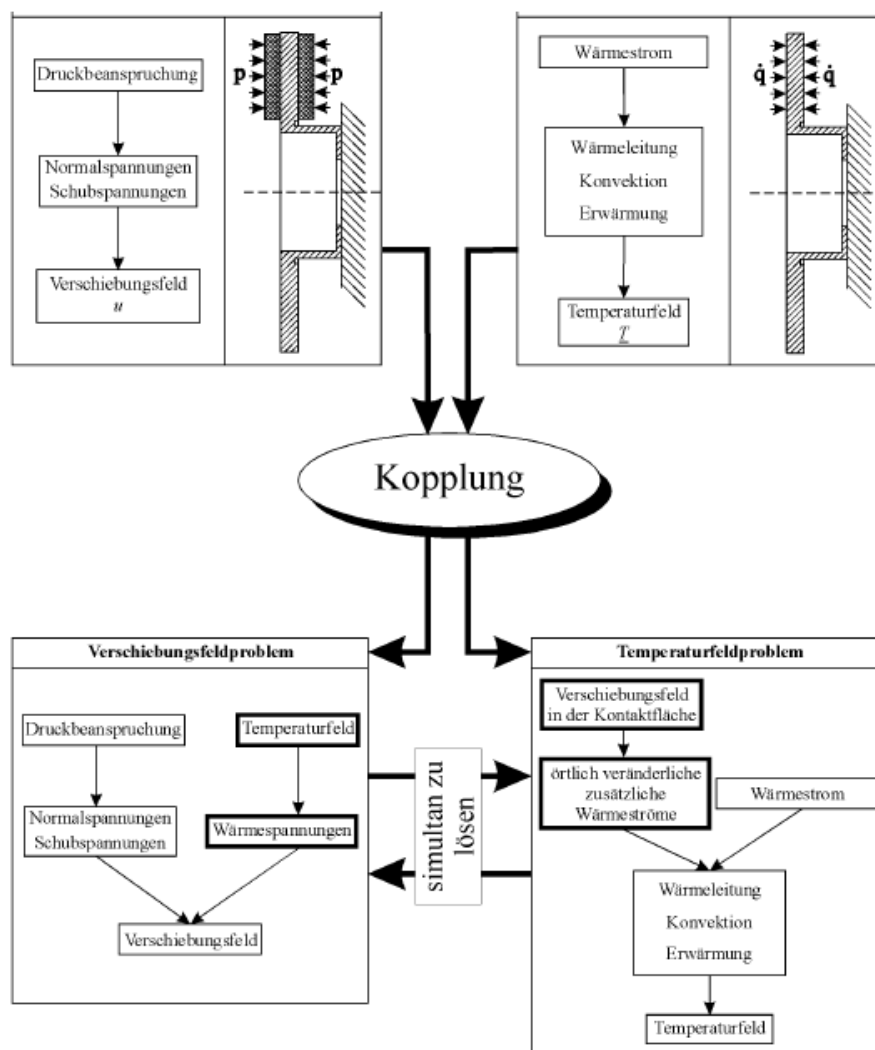


Abbildung 14: Kopplung der Einzelfeldprobleme des Heißrubbels nach Steffen<sup>37</sup>

<sup>36</sup> Steffen, T., Bruns, R.: Hotspotbildung bei Pkw-Bremsscheiben (1998)

<sup>37</sup> Steffen, T., Bruns, R.: Hotspotbildung bei Pkw-Bremsscheiben (1998)

Mit diesem Modell führte Steffen Einflussanalysen zu verschiedenen Parametern durch. So verursachte eine hohe Belagdämpfung in dem Modell Hotspots, während bei einer geringen Belagdämpfung keine Hotspots entstanden. Bei einem Vergleich der Materialien Grauguss und Aluminium zeigte das Bremsscheibenmodell aus Aluminium trotz der höheren Wärmeleitung die höheren Temperaturschwankungen im Beobachtungszeitraum. Dies wird mit der erhöhten Wärmeausdehnung und dem verringerten Wärmespeichervermögen von Aluminium im Vergleich zu Grauguss begründet. Für die Untersuchung der Bremsscheibenabmessungen modellierte Steffen zwei massive Bremsscheiben ohne Innenbelüftung. Die schlanke Scheibe hat dabei einen Innendurchmesser von 140 mm, einen Außendurchmesser von 240 mm und eine Dicke von 10 mm. Die dicke, massegleiche Scheibe hat einen Innendurchmesser von 150 mm, einen Außendurchmesser von 230 mm und eine Dicke von 12,5 mm. Um bei den unterschiedlichen Abmessungen auf die gleiche Belastung zu kommen, wurde bei der schlanken Scheibe ein Bremsdruck von 24 bar aufgebracht und bei der dicken Scheibe ein Bremsdruck von 30 bar. Nach 100 Scheibenumdrehungen zeigte sich, dass die schlanke Scheibe erheblich höhere Temperaturschwankungen über dem Umfang aufweist, wie in Abbildung 15 zu erkennen ist.

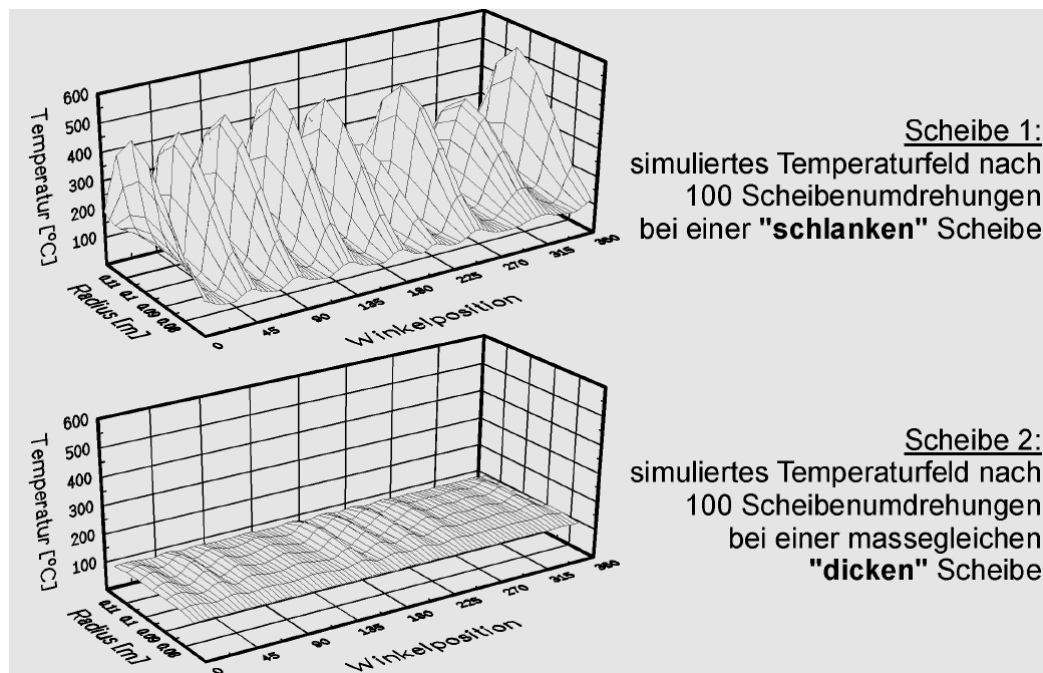


Abbildung 15: Resultierendes Temperaturfeld für "schlanke" und "dicke" Scheibe<sup>38</sup>

Jung<sup>39</sup> verwendet in seinen Berechnungen sowohl für die Bremsscheibe als auch für den Bremsbelag ein Finite-Elemente-Modell. Hierbei wird der Kontakt zwischen den beiden

<sup>38</sup> Steffen, T., Bruns, R.: Hotspotbildung bei Pkw-Bremsscheiben (1998)

<sup>39</sup> Jung, S.P. et al.: Finite Element Analysis of Thermalelastic Instability of Disc Brakes (2010)

Reibpartnern auch in dem Finite-Elemente-Programm etabliert. Das thermische und das mechanische Problem werden dabei sequentiell gelöst, wie in Abbildung 16 dargestellt.

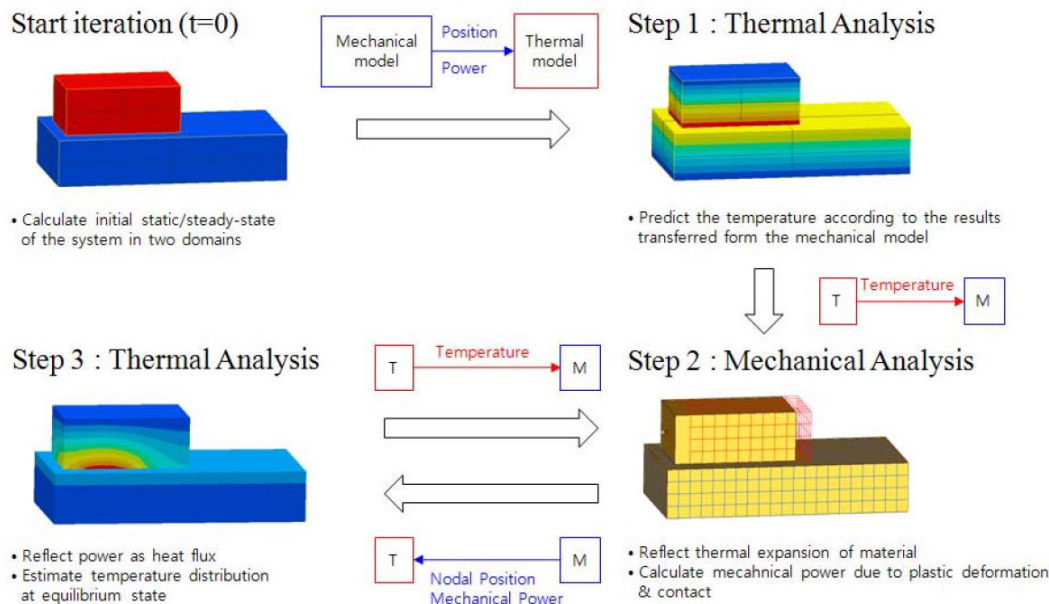


Abbildung 16: Sequentielle Berechnung mit thermischer und mechanischer Analyse<sup>40</sup>

Jung verwendet in seinem Modell die Bremsscheibe, den Bremsbelag und jeweils einen Bremskolben pro Reibfläche. Er führt eine Stoppbremung von 1322 U/min auf 661 U/min mit 0,4 g durch. Input für die Randbedingungen der Simulation lieferten Versuche am Prüfstand. Es zeigte sich bei den Simulationen, dass ausgehend von einem heißen Band nach ca. einer Sekunde eine Lokalisierung der Temperatur auf dem Reibring stattfindet und diese im Laufe der Bremsung sechs klar zu erkennende Hotspots erzeugt. Ein detaillierter Abgleich mit der Verformung der Bremsscheibe oder thermischen Daten der Bremsscheibe findet nicht statt. Als Auslöser für die Entstehung von Hotspots in seiner Simulation nennt Jung das Auftreten von thermoelastischen Instabilitäten.

Zusätzlich zu der Simulation wird bei Jung auch die Frage nach einem optimalen Design der Bremsscheibe gestellt.<sup>41</sup> Hierzu entwickelt der Autor innerhalb gewisser Variationsgrenzen ein optimales Bremsscheibendesign bezüglich der Schirmung und der maximalen Temperatur. Nach der numerischen Optimierung auf diese beiden Zielfunktionen, wurde das Optimum aus beiden Fällen in einer aufwändigeren Simulation der Ausgangsgeometrie gegenübergestellt und es zeigte sich eine Verringerung der maximalen Temperatur der Hotspots um 10,2 %.

<sup>40</sup> Jung, S.P. et al.: Thermo-Mechanical Finite Element Analysis of Hot Judder Phenomenon ... (2011)

<sup>41</sup> Jung, S.P. et al.: A Study on Thermal Characteristic Analysis and Shape Optimization ... (2012)



## 2.4 Thermoelastische Instabilität

Die Theorie der thermoelastischen Instabilität (TEI – Thermoelastic Instability) wurde erstmals von Barber<sup>42</sup> erwähnt und im Laufe der Jahre von vielen Autoren weiterentwickelt.

Bei der TEI wird davon ausgegangen, dass die während des Reibungsprozesses entstehende Reibungswärme zu thermischer Ausdehnung der Reibpartner führt. Die thermische Ausdehnung beeinflusst wiederum den lokalen Anpressdruck während des Reibungsprozesses. Diese Wechselwirkung zwischen Anpressdruck und thermischer Ausdehnung ist die theoretische Grundlage der TEI.

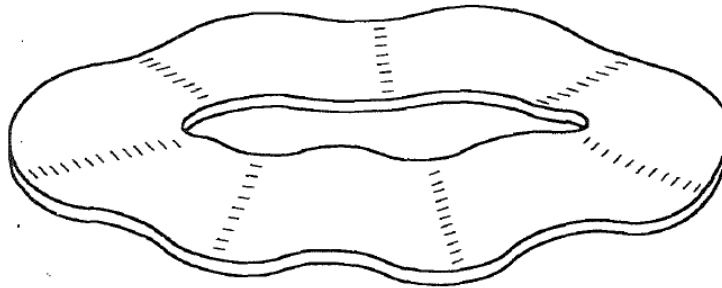


Abbildung 17: Asymmetrisch verwellte Bremsscheibe<sup>43</sup>

Es werden jeweils Gleichungen für den Anpressdruck, die entstehende Reibungswärme, die Wärmeleitung und die thermische Ausdehnung kombiniert.<sup>43</sup> Wie von Burton<sup>44</sup> vorgeschlagen, werden Störungen mit verschiedenen Ordnungen im Anpressdruck zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag in die Gleichungen eingebracht. Für jede der Störungen existiert eine kritische Relativgeschwindigkeit zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe, ab der ein unbegrenztes Wachstum und somit ein instabiles Verhalten möglich ist. Die Annahme bei der TEI ist, dass die Störung mit der niedrigsten kritischen Geschwindigkeit auftreten wird und das größte Wachstum aufweist.<sup>45</sup> Es entstehen dabei Verformungen der Bremsscheibe wie in Abbildung 17.

---

<sup>42</sup> Barber, J.R.: Thermoelastic Instability in the Sliding System of Conforming Solids (1969)

<sup>43</sup> Lee, K., Barber, J.R.: Frictionally Excited Thermoelastic Instability in Automotive Disk Brakes (1993)

<sup>44</sup> Burton, R. et al.: A limiting stationary configuration with partially contacting surfaces (1973)

<sup>45</sup> Al-Shabibi, A.M., Barber, J.R.: Transient solution of a thermoelastic instability problem ... (2002)

Diese Methode haben Du<sup>46</sup> und Yi<sup>47</sup> weiterentwickelt, um auch die Einflüsse von geometrischen Formen abbilden zu können. Zu diesem Zweck wurde das Vorgehen der TEI mittels der Methode der Finiten Elemente zu einem Eigenwertproblem in Matrixform zusammengefasst.<sup>46</sup> Das Eigenwertproblem wurde anschließend unter anderem genutzt, um die Einflüsse von Bremsscheibeneigenschaften zu analysieren.<sup>47 48 49</sup> Die Berechnungen ergaben, dass die Dicke der Bremsscheibe in dem verwendeten Modell eine positiv lineare Korrelation mit der Ordnung der auftretenden Verwelling hat. Ein Modell für die Untersuchung von Bremsscheibeneigenschaften ist in Abbildung 18 dargestellt.

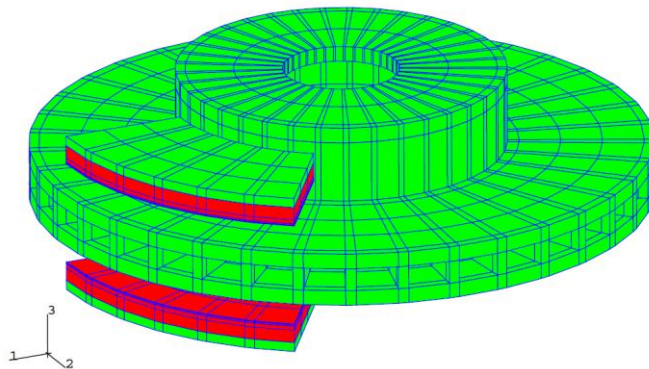


Abbildung 18: Finite Elemente Modell zur Berechnung der TEI nach Yi<sup>49</sup>

Weitere Anwendungen hat diese Theorie z.B. bei Cho<sup>50</sup> gefunden und bildet auch die Grundlage für ein auf der TEI basierendes Finite-Elemente-Tool.<sup>51</sup>

Die TEI hat teilweise klare Annahmen und Schlussfolgerungen. So folgt gleichzeitiges Wachstum von Verwelling und Temperaturinhomogenitäten direkt aus der Theorie. Außerdem hat eine Verringerung der Bremsbelagbogenlänge laut TEI eine Erhöhung der dominanten Ordnung zur Folge und es existiert für jedes Bremssystem nur eine dominante Ordnung.

Das gleichzeitige Wachstum von Verformung und Temperaturinhomogenität und die Veränderung der Ordnung bei verkürztem Bremsbelag wurden jedoch von Sardá<sup>52</sup> in Versuchen widerlegt.

---

<sup>46</sup> Du, S. et al.: Finite element analysis of frictionally-excited thermoelastic instability (1997)

<sup>47</sup> Yi, Y.B. et al.: Effect of Geometry on Thermoelastic Instability in Disk Brakes and Clutches (1999)

<sup>48</sup> Yi, Y.B. et al.: Eigenvalue solution of thermoelastic instability problems using Fourier reduction (2000)

<sup>49</sup> Yi, Y.B. et al.: Thermoelastic Instabilities in Automotive Disc Brakes ... (2002)

<sup>50</sup> Cho, H. et al.: Thermal and Mechanical Performance Analysis ... (2007)

<sup>51</sup> Lee, B. et al.: Computer Simulation on Mechanical Evaluation ... (2004)

<sup>52</sup> Sardá, A.: Diss., Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln ... (2009), S. 71ff

## 2.5 Erweiterungen der thermoelastischen Instabilität

Basierend auf der Theorie der thermoelastischen Instabilität wurde das Modell der thermoelastodynamischen Instabilität, auch Thermo Elastic Dynamic Instability oder TEDI, entwickelt. Afferante stellte diese Theorie vor und kombiniert dabei die Instabilitätsbestimmung nach der Theorie der TEI mit der auf den dynamischen Eigenmoden des Systems basierenden Theorie der dynamischen Instabilitäten (DI).<sup>53</sup> In theoretischen Betrachtungen weist das Gleichungssystem auch Instabilitäten bei Geschwindigkeiten auf, bei denen keine der beiden verwendeten Theorien einzeln eine Instabilität aufzeigen würde. Berechnungsmodelle der TEDI beschränken sich derzeit noch auf zweidimensionale Modelle von Reibpartnern.

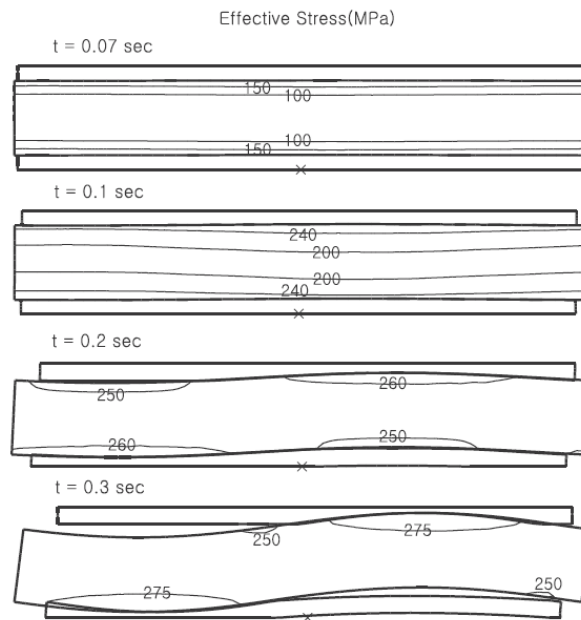


Abbildung 19: Spannungsverteilungen während einer Berechnung basierend auf TEPI<sup>54</sup>

Eine weitere Entwicklung aus der TEI ist die Modellvorstellung der thermoelastoplastischen Instabilität, auch Thermoelastoplastic Instability oder TEPI genannt. Hierbei wurde die Theorie der TEI um die Möglichkeit zu plastischen Verformungen erweitert.<sup>54</sup> Dem Autor zufolge liefert die Theorie und die mit ABAQUS durchgeführten Berechnungen eine Erklärung dafür, warum es vorkommen kann, dass bei zwei aufeinanderfolgenden

<sup>53</sup> Afferante, L., Ciavarella, M.: "Frictionless" and "frictional" Thermo Elastic Dynamic ... (2006)

<sup>54</sup> Anh, S., Jang, Y.H.: Frictionally excited thermo-elastoplastic instability (2010)

Reibprozessen die Hotspots nicht an der gleichen Stelle auftreten. Es sind für verschiedene Zeitschritte jeweils die auftretenden Spannungen innerhalb einer Bremsscheibe zu sehen. Diese lokalisieren sich stark an den Orten mit hoher Verformung und Temperatur. Bei einer Plastifizierung des Materials durch weitere Belastung würden diese Bereiche Auswirkungen auf zukünftige Verformungen auch nach Abkühlen der Bremsscheibe haben. Wie an einem Ergebnis in Abbildung 19 zu sehen ist, umfassen derzeitige Modelle der TEPI zweidimensionale Modelle von Bremsscheibe und Bremsbelag.

## 2.6 Progressive Waviness Distortion

Eine weitere Theorie für die Entstehung von Hotspots an Scheibenbremsen ist die Progressive Waviness Distortion - kurz PWD. Diese wurde erstmals von Panier<sup>55</sup> vorgestellt und anhand von Untersuchungen an Schnellzügen entwickelt. Unzureichende Übereinstimmung der Messergebnisse mit den Theorien der TEI und des Beulens machen es dem Autor zufolge notwendig, eine neue Modellvorstellung in Betracht zu ziehen.<sup>56</sup>

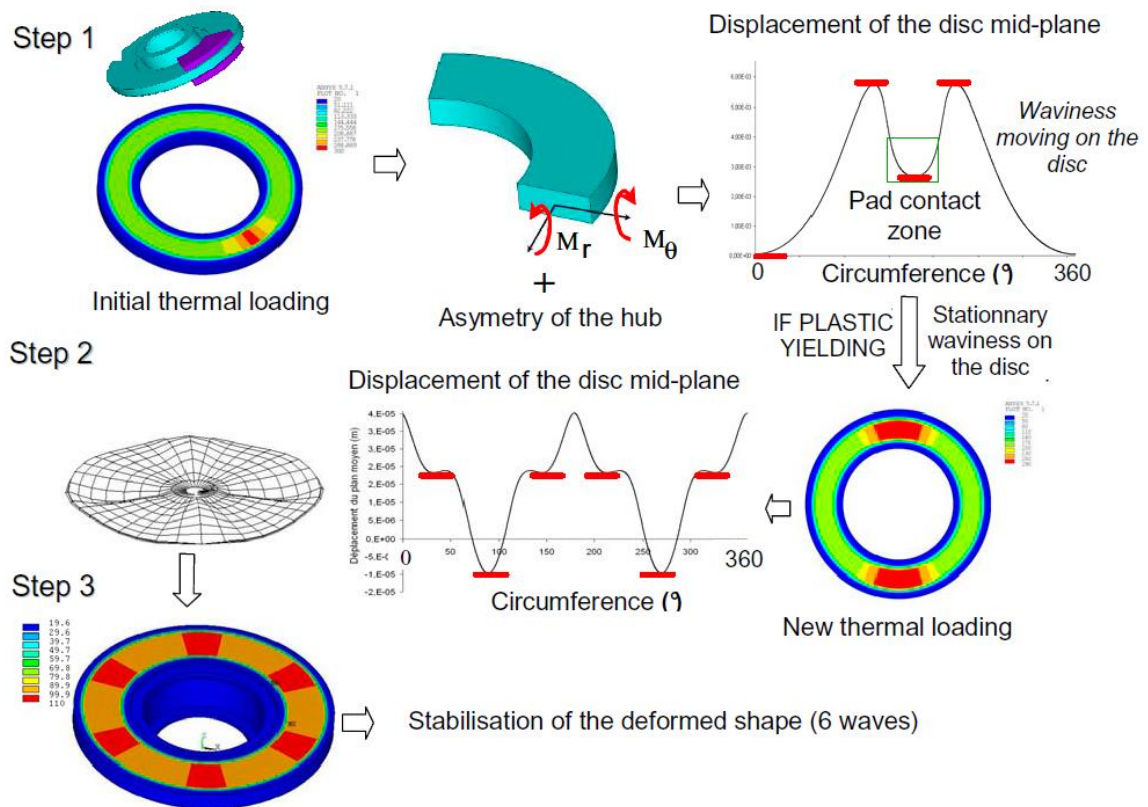
Die PWD besteht aus drei Phasen. Schematisch sind diese in Abbildung 20 als Step 1, Step 2 und Step 3 dargestellt. In der ersten Phase entsteht durch die Asymmetrie von Anbindung, thermischer Last durch den Reibkontakt und durch den Temperaturgradienten über die Bremsscheibendicke eine Verformung der Bremsscheibe mit zwei lokalen Maxima und zwei lokalen Minima. Diese ist zunächst ortsfest im Fahrzeugkoordinatensystem, das heißt die Verformung wandert über den Umfang der Bremsscheibe. Durch plastische Verformung im Verlauf der Bremsung wird die Welle ortsfest auf der Bremsscheibe und somit zu SRO. In der zweiten Phase führt diese Verformung nun zu einem inhomogenen thermischen Input. Dieser schlägt sich in einer Verformung der Bremsscheibe mit einer höheren Ordnung nieder. In den Berechnungen<sup>57</sup> wurde dazu ein Finite-Elemente-Modell verwendet, das die Verformung aus der ersten Phase als Input hatte und eine Verformung in der 6. Ordnung ergab. Die dritte Phase führt dann zu einer Ausprägung der Hotspots durch inhomogenen Wärmeeintrag. Den Autoren zufolge bildet die PWD somit auch Teile der Theorien des Beulens und der TEI mit ab.

---

<sup>55</sup> Panier, S. et al.: Macroscopic hot-spots occurrence in frictional organs (2001)

<sup>56</sup> Panier, S. et al.: An experimental investigation of Hotspots in railway disc brakes (2004)

<sup>57</sup> Dufrénoy, P., Brunel, J.F.: Thermal Localizations in Friction Brakes (2008)

Abbildung 20: Wirkungskette der PWD<sup>57</sup>

## 2.7 Simulationsmodelle des Bremssystems

Die bisherigen Simulationen haben sich ausschließlich mit der Entstehung von Heißbrübeln und Hotspots beschäftigt. Neben diesem Thema gibt es auch Simulationen des Bremssystems, um die Entstehung von BTV zu analysieren. Hierbei spielen die Verformungen eine geringe Rolle, während die Verschiebungen einzelner Komponenten in den Vordergrund rücken. Dies führt dazu, dass vermehrt Mehrkörpersimulationen (MKS) oder vergleichbare Tools genutzt werden, anstatt der bisher oft erwähnten Finite-Elemente-Programme. In allen in diesem Abschnitt erwähnten Modellen kommen Bremssysteme mit einem Kolben zum Einsatz.

Augsburg<sup>58</sup> verwendet in seinen Simulationen eine verformte Bremscheibe als Input. Das Bremssystem ist dabei als Mehrkörpermodell mit Federn zwischen den einzelnen Bauteilen und einem volumenaufnehmenden Hydrauliksystem aufgebaut. Es werden Parametervariationen am Bremssystem durchgeführt und der Einfluss auf Bremsmoment-

<sup>58</sup> Augsburg, K. et al.: Untersuchungen zum Rubbelverhalten von Pkw-Schwimmsattelbremsen (1999)

schwankungen dargestellt. In dem Simulationsmodell mit einem fest vorgegebenen Dickenfehler der Bremscheibe wurde der Einfluss verschiedener Reibbeiwerte untersucht. Für einen vorgegebenen Dickenfehler von  $55\text{ }\mu\text{m}$ , einer Geschwindigkeit von  $100\text{ km/h}$  und einem Bremsdruck von  $p=1,5\text{ MPa}$  ( $=15\text{ bar}$ ) wurden die beiden Reibwerte  $\mu=0,45$  und  $\mu=0,35$  eingebracht. Es zeigte sich, wie in Abbildung 21 zu sehen ist, eine eindeutige Verringerung der Bremsmomentschwankungen durch den niedrigeren Reibbeiwert. Dieser Zustand stellt sich auch für unterschiedliche Steifigkeiten des Bremsbelages dar. In dem untersuchten Modell ist dies auf den vom Reibwert abhängigen Zusammenhang zwischen Bremsdruck und Bremsmoment zurückzuführen. Eine erhöhte Steifigkeit des Bremsstells und des Bremsbelages führen in dem Modell des Bremssystems ebenfalls zu höheren Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen.

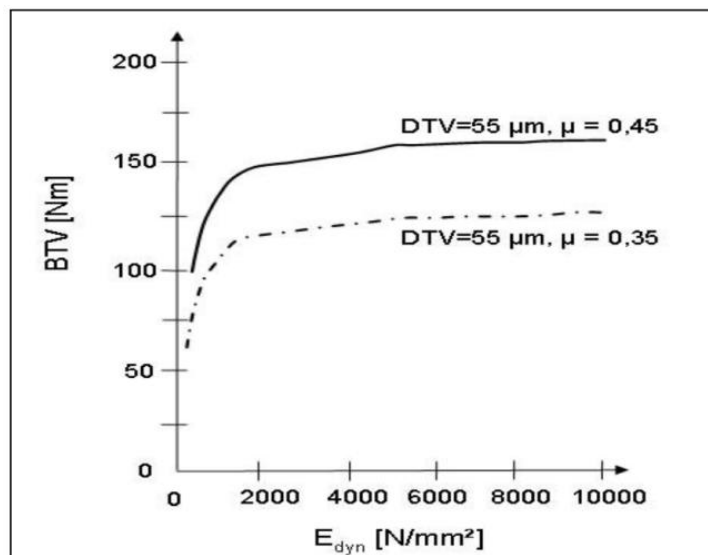


Abbildung 21: Einfluss des Reibwerts auf BTV bei Anregung durch DTV nach Augsburg<sup>58</sup>

In einer Arbeit von Liette<sup>59</sup> erfolgt die Abbildung des Bremssystems in einem Multi-Physics-Programm. Hierbei wird die Bremscheibe wieder als Input verwendet und das Bremssystem inkl. Hydraulik modelliert. Interaktionen zwischen Bauteilen werden ebenfalls über Feder-Dämpfer-Systeme oder hydraulische Elemente dargestellt. Niedrige Werte für die Steifigkeit des Sattelgehäuses ergaben in den Berechnungen auch niedrigere Amplituden in den Schwankungen des Bremsmoments.

Viele unterschiedliche Einflussfaktoren innerhalb eines Schwimmsattelmodells wurden von Herkenrath untersucht.<sup>60</sup> Für die Untersuchung wurde ein MKS-Modell des Bremssystems in SIMPACK aufgebaut und mit Dickenfehlern verschiedener Amplituden angeregt. Abbildung 22 zeigt die max. Reduktion der resultierenden BTV bei optimaler Wahl

---

<sup>59</sup> Liette, J.: A Coupled, Multi-Physics Model of the Automotive Brake System ... (2009)

<sup>60</sup> Herkenrath, D.: Diss., Bremsmomentschwankungen infolge Unebenheiten ... (2005), S. 78

der jeweiligen Parameter innerhalb des getesteten Variationsbereichs. Eine Reduktion der BTV durch reduzierte Reibung zwischen Rückenplatte und Bremssattel wurde anschließend durch Fahrzeugversuche bestätigt.

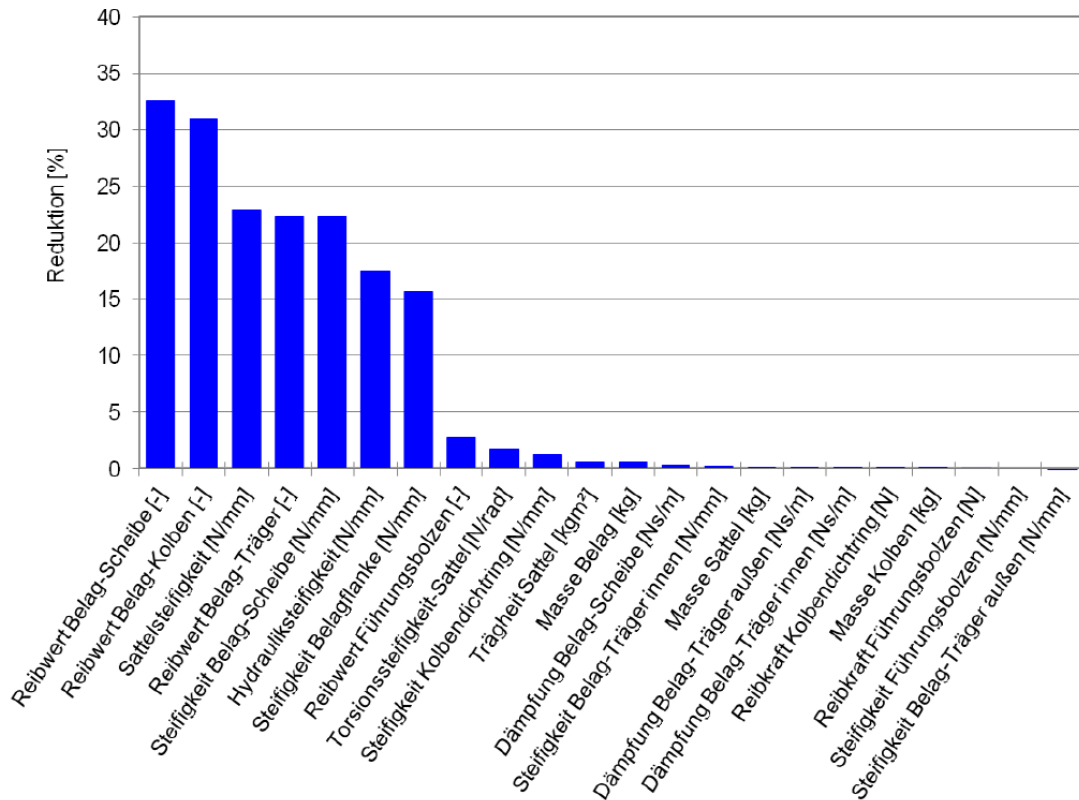


Abbildung 22: Einflussfaktoren auf Heißrubbeln<sup>60</sup>

Ein Mehrkörperssimulationsmodell mit teilweise flexiblen Körpern wurde benutzt, um die Entstehung von Bremsmomentschwankungen innerhalb des Bremssystems zu modellieren und verschiedene Einflussparameter zu untersuchen.<sup>61</sup> Es wurden dabei die Komponenten des Bremssystems mit ihren Geometrien abgebildet, um auch geometrische Parameter verändern zu können. In den Untersuchungen wurde eine Anregung mit einem Dickenfehler der Bremsscheibe in der 1. Ordnung eingebracht. Von den untersuchten Parametern führten vor allem eine geringere Steifigkeit des Bremsbelags und eine reduzierte Steifigkeit des Bremssattelgehäuses zu einer Verringerung der BTV Amplituden.

<sup>61</sup> Kim, S. et al.: Investigation of influential factors of a brake corner system ... (2008)

## 2.8 Zwischenfazit

In der Fachliteratur existieren viele unterschiedliche Ansätze für die Berechnung von Heißrubbeln. Es sind dabei vor allem zwei Fragestellungen zu unterscheiden: Die Berechnung der Entstehung von SRO bzw. Hotspots an der Bremsscheibe auf der einen Seite und die Berechnung von resultierenden BTV bei konstanter Anregung des Bremssystems durch SRO oder DTV auf der anderen Seite.

Die Entstehung von SRO und Hotspots wird in den dargestellten Untersuchungen jeweils mit Finite-Elemente-Modellen untersucht. Einige der Untersuchungen verwenden dafür ausschließlich die Bremsscheibe und schließen aus der Temperaturverteilung, dem Schirmungsverhalten oder den kritischen Beullasten auf das Rubbelverhalten der Bremsscheibe. Bei vielen Modellierungen ist jedoch die Kopplung zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe der entscheidende Faktor, um eine Verwellung der Bremsscheibe zu erzeugen. Mit den verwendeten Modellen haben die meisten Untersuchungen ihren Fokus auf Aussagen im Bereich der 6.-10. Ordnung der Bremsscheibe, vor allem in Verbindung mit auftretenden Hotspots. Die Entstehung von Verwellungen in niedrigeren Ordnungen wird hingegen weniger betrachtet oder ist wie z.B. bei der PWD nur ein Zwischenschritt zu einer höheren Ordnung.

Berechnungsmodelle des Bremssystems werden in der Literatur dafür verwendet, die Entstehung von BTV bei einer Anregung durch SRO oder DTV in der Bremsscheibe abzubilden. Für den Modellaufbau werden dabei Mehrkörpersimulationsumgebungen verwendet und die Interaktionen zwischen einzelnen Bauteilen mit Federn, Dämpfern oder Reibungselementen modelliert. Die Anregung der Modelle erfolgt über vorgegebene SRO oder DTV der Bremsscheibe. Mit den Berechnungsmodellen werden Parameterstudien durchgeführt, um eine möglichst große Reduktion der BTV zu erreichen. Die Anregung der Modelle erfolgt dabei jeweils mit DTV oder SRO der 1. oder 2. Ordnung. Anregungen höherer Ordnungen werden in keinem der Fälle betrachtet und somit auch nicht der Einfluss von Parametern des Bremssystems auf BTV für höhere Ordnungen.



## 3 Methodik des Vorgehens

### 3.1 Motivation und Zielsetzung

Heißbrubbeln ist bereits seit vielen Jahrzehnten ein bekanntes Phänomen und es wurden in der Vergangenheit neben den Simulationen aus dem vorherigen Kapitel auch viele experimentelle Untersuchungen zu diesem Thema durchgeführt. In den meisten Fällen wurde dazu die jeweils dominante Anzahl an Hotspots oder die dominante Ordnung des SRO der Bremsscheibe dokumentiert.

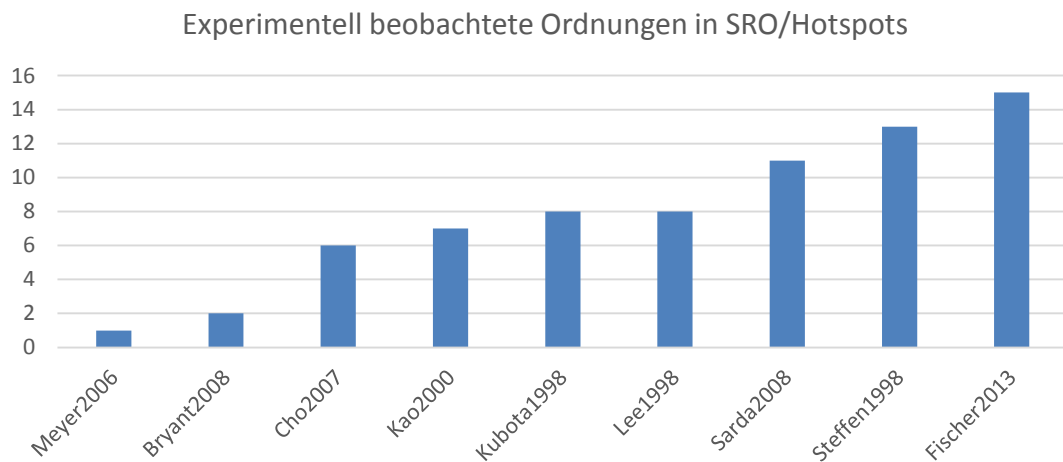


Abbildung 23: Auswahl von experimentell beobachteten Ordnungen in SRO <sup>62 63 64 65 66 67 68 69 70</sup>

Für eine Auswahl an Untersuchungen sind in Abbildung 23 experimentell beobachtete dominante Ordnungen in SRO bzw. die Anzahl der Hotspots dargestellt. Es wurden in den abgebildeten Untersuchungen dominante Ordnungen von 1 bis 15 dokumentiert und

<sup>62</sup> Meyer, R.: Brake Judder – Analysis of the Excitation and Transmission Mechanism ... (2005)

<sup>63</sup> Bryant, D. et al.: Thermal Brake Judder Investigations Using a High Speed Dynamometer (2008)

<sup>64</sup> Cho, H. et al.: Thermal and Mechanical Performance Analysis ... (2007)

<sup>65</sup> Kao, T.K., Richmond, J.W.: Brake disc Hotspotting and thermal judder ... (2000)

<sup>66</sup> Kubota, M. et al.: A Study of the Mechanism Causing High-Speed Brake Judder (1998)

<sup>67</sup> Lee, K., Dinwiddie, R.B.: Conditions of Frictional Contact ... (1998)

<sup>68</sup> Sardá, A.: Diss., Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißbrubbeln ... (2009), S. 81

<sup>69</sup> Steffen, T., Bruns, R.: Hotspotbildung bei Pkw-Bremsscheiben (1998)

<sup>70</sup> Fischer, S. et al.: Effects of different Friction Materials on Hot Judder ... (2013)

untersucht. Damit ergibt sich bei einem Geschwindigkeitsbereich von 0 - 225 km/h und einem angenommenen Abrollumfang des Reifens von 2 m ein Frequenzbereich von 0 - 468 Hz für das Heißrubbeln.

Für einige der in der Fachliteratur dokumentierten Ordnungen existieren Wirkungsketten und teilweise auch Simulationsmodelle. Die Frage, ob bei Heißrubbeln alle unterschiedlichen Ordnungen der gleichen Wirkungskette unterliegen, ist dabei allerdings noch ungeklärt.

Darüber hinaus existiert, wie bereits im vergangenen Kapitel dargestellt, eine Diskrepanz zwischen den betrachteten Ordnungen der beiden großen Themengebiete in der Simulation. Tabelle 1 zeigt, dass die beobachteten Ordnungen aus Simulationsmodellen nicht die gesamte Breite der in experimentellen Untersuchungen beobachteten Ordnungen abdecken.

Ordnungen	Berechnung der initialen Verwerrung bzw. Hotspots	Berechnung der resultierenden BTV bei SRO/DTV
1-2	✗	✓
3-5	✗	✗
6-12	✓	✗
12-15	✗	✗

Tabelle 1: Vorhandene Simulationsmethoden für unterschiedliche Ordnungen des Heißrubbelns

Die Entstehung und Optimierung von BTV im Bremssystem wurde bisher nur in den ersten beiden Ordnungen durchgeführt, während die Entstehung von SRO und Hotspots hauptsächlich für die Ordnungen 6 bis 12 untersucht wurde.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, zum einen das Verhalten des untersuchten Bremssystems über ein breites Spektrum von Anregungsordnungen zu untersuchen und auch Parametereinflüsse für höhere Ordnungen zu ermitteln.

Zum anderen ist es das Ziel, Unterschiede in den Entstehungsmechanismen verschiedener Ordnungen des Heißrubbelns zu detektieren und Simulationsmodelle für die Entstehung von Heißrubbeln in den verschiedenen Ordnungen darzustellen. Dazu gehören insbesondere die beiden Bereiche über- und unterhalb des in der Literatur hauptsächlich betrachteten Bereichs der Ordnungen 6-12.

## 3.2 Vorgehen

Die einzelnen Schritte der in dieser Arbeit gewählten Methodik sind in Abbildung 24 dargestellt und werden jeweils einzeln im Folgenden erläutert.

In einer Vorgängerarbeit wurde von Sardá<sup>71</sup> eine Wirkungskette aufgestellt und experimentell belegt. Diese Wirkungskette (1) bildet die Grundlage für die Untersuchungen dieser Arbeit und ist Basis für die Modellbildung des Bremssystems (2).

Das Modell des Bremssystems bildet die Entstehung von BTV und BPV für eine Anregung durch SRO und DTV ab. Es liefert zum einen die Einflussparameter für eine experimentelle Einflussanalyse in einer parallelen Arbeit am Fachgebiet Fahrzeugtechnik der TU Darmstadt<sup>72</sup>, zum anderen wird das Modell mit Messdaten dieser Parallelarbeit abgeglichen und für eine Analyse des Verhaltens bei verschiedenen Ordnungen der Anregung verwendet (3).

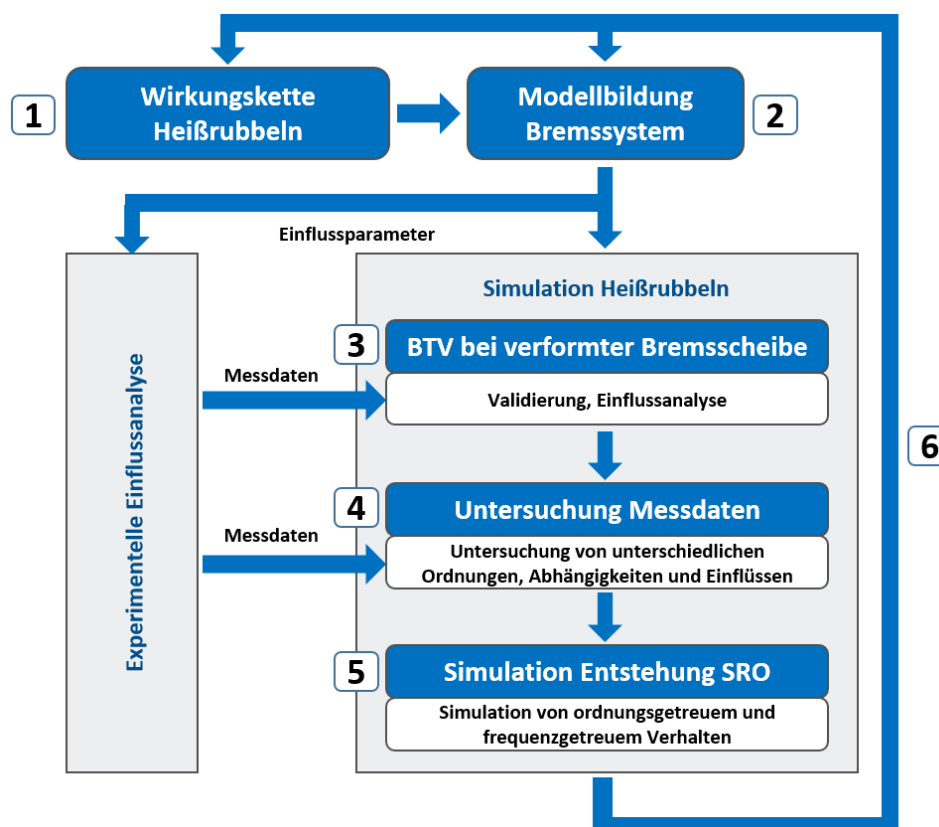


Abbildung 24: Methodik des Vorgehens und Anbindung zum Partnerprojekt

<sup>71</sup> Sardá, A.: Diss., Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln ... (2009), S. 71ff

<sup>72</sup> Fischer, S. et al.: Effects of different Friction Materials on Hot Judder ... (2013)

Die Messdaten der experimentellen Einflussanalyse werden anschließend untersucht, um Wirkungsketten, Abhängigkeiten und Einflussparameter für verschiedene Ordnungen des Heißrubbels zu identifizieren und zu unterscheiden (4).

Für die unterschiedlichen Ordnungen aus der Messdatenanalyse werden Simulationsmodelle dargestellt (5). Hierbei werden die Entstehung der Verwelling und teilweise die Einflussfaktoren auf die jeweilige Wirkungskette aufgezeigt.

Anhand der gewonnenen Erkenntnisse aus den Messdaten und den Simulationsmodellen werden im nächsten Schritt die Gültigkeit der bestehenden Wirkungskette und des Bremsmodells dargestellt und mögliche Änderungen diskutiert (6).

Die Planung und Durchführung der experimentellen Untersuchung wurde dabei innerhalb einer anderen Arbeit am Fachgebiet Fahrzeugtechnik der TU Darmstadt beschrieben.<sup>72 73</sup>  
74

## 3.3 Aufbau der Arbeit

Der Aufbau der vorliegenden Arbeit ist in Abbildung 25 abgebildet. Kapitel 1 dient zur Einleitung und Motivation der Themenstellung. In Kapitel 2 wird der Stand der Technik bezüglich bekannter Simulationsmethoden und simulativ ermittelter Einflussfaktoren in der Untersuchung von Heißrubbels dargestellt. Das 3. Kapitel zeigt die Methodik des Vorgehens für die folgenden Kapitel sowie den Austausch mit der Partnerarbeit am Fachgebiet Fahrzeugtechnik der TU Darmstadt auf.

---

<sup>73</sup> Fischer, S. et al.: Correlation analysis between brake pad characteristics and hot judder (2014)

<sup>74</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbels ... (2015)

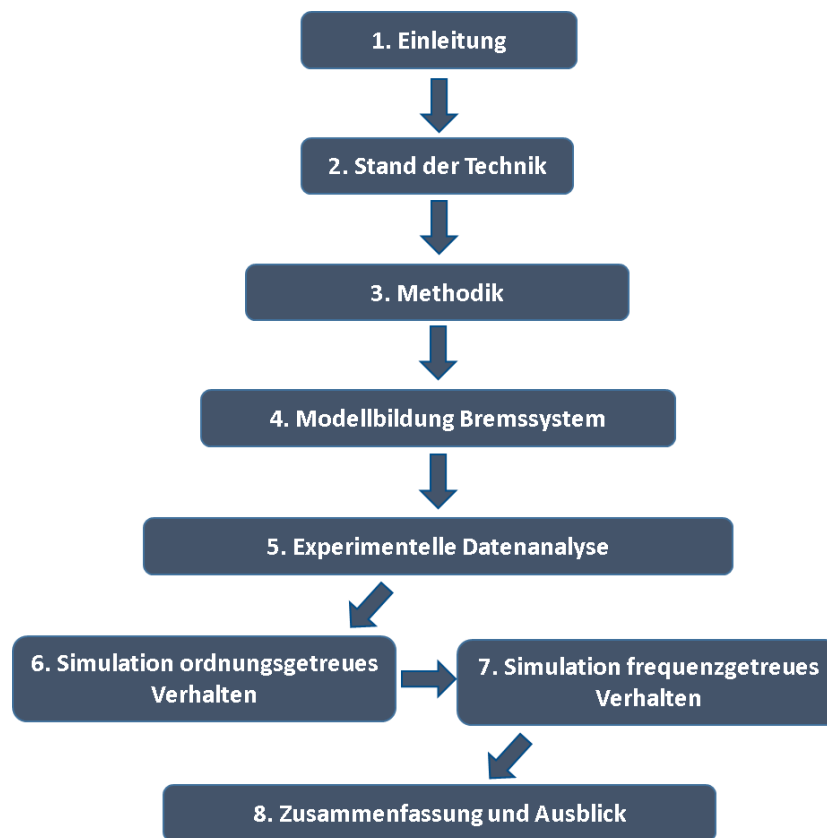


Abbildung 25: Aufbau der Arbeit

In Kapitel 4 wird der Aufbau eines Modells des Bremssystems dargestellt, um die Entstehung von BTV und BPV abzubilden und Einflussfaktoren auf die Entstehung von BTV zu bestimmen.

Die Identifikation von unterschiedlichen Wirkungsketten und Einflüssen bei verschiedenen Ordnungen sind der Schwerpunkt des 5. Kapitels. Hierzu werden Messdaten einer Versuchsreihe aus der Partnerarbeit untersucht und interpretiert.<sup>75</sup> Zwei unterschiedliche Arten von Heißrubbeln, das ordnungsgetreue und das frequenzgetreue Verhalten, lassen sich dabei unter anderem feststellen.<sup>76</sup>

In Kapitel 6 wird die Entstehung von Verformungen der Bremsscheibe bei ordnungsgetreuem Verhalten untersucht und Simulationsansätze dargestellt. Die Entstehung von Verformungen der Bremsscheibe bei frequenzgetreuem Verhalten wird in Kapitel 7 mittels Finite-Elemente-Berechnungen untersucht.

Das letzte Kapitel fasst die gewonnenen Erkenntnisse zusammen und gibt einen Ausblick auf noch offene Fragestellungen sowie mögliche zukünftige Arbeitsgebiete.

<sup>75</sup> Fischer, S. et al.: Effects of different Friction Materials on Hot Judder ... (2013)

<sup>76</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)

### 3.4 Referenzsystem

Untersucht wird sowohl bei den Versuchen als auch in der Simulation ein Hinterachs-Bremssystem einer Mittelklasse-Limousine, dargestellt in Abbildung 26, mit den Spezifikationen, wie sie in Tabelle 2 zu sehen sind.<sup>77</sup>

		Einheit
Bauweise Bremsattel	Faustsattel	-
Anzahl Kolben	1	-
Bauweise Brems Scheibe	innenbelüftet	-
Durchmesser/Dicke der Brems Scheibe	320/24	mm/mm
Anzahl Kühlkanäle	36	-
Bogenlänge Bremsbelag	42	Grad
Effektiver Bremsradius	141.5	mm

Tabelle 2: Spezifikationen des getesteten Bremssystems<sup>77</sup>

Dabei ist anzumerken, dass die Bremsbeläge in diesem Bremssystem in Umfangsrichtung der Brems Scheibe nach dem Push-Pull-Prinzip arbeiten. Es kommt bei dieser Bauweise ab gewissen Umfangskräfteverhältnissen zu einem Übergang vom Pull- in den Push-Pull-Betrieb.<sup>78</sup> Um zu verhindern, dass diese Nichtlinearität in der Lagerung der Bremsbeläge einen Einfluss auf die Vergleichbarkeit von verschiedenen Druckstufen hat, werden die Rückenplatten der Beläge so modifiziert, dass nur Pull-Betrieb auftritt.

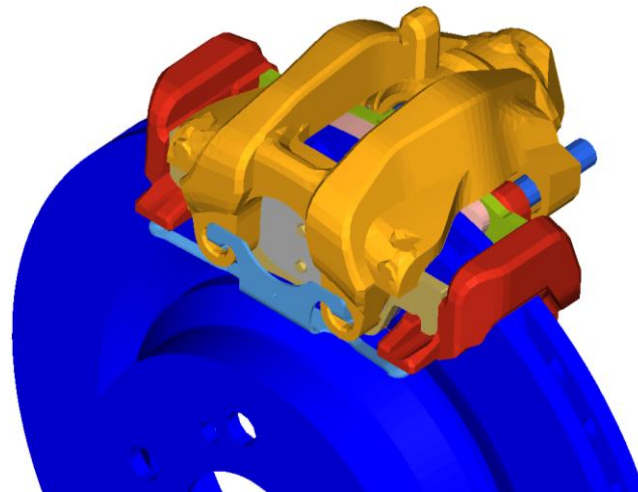


Abbildung 26: Referenzbremssystem der Versuchsreihe

<sup>77</sup> Könning, M. et al.: Simulation of a brake system ... (2013)

<sup>78</sup> Haag, M.: Diss., Modellierung der Radbremse für virtuelle Prüfstandsversuche ... (2012), S. 98



keine Relativbewegung zwischen den Fingern des Bremssattels und der Rückenplatte möglich sind, der Bremsbelag, die Rückenplatte und der faustseitige Teil des Bremssattels zu einem Körper zusammengefasst. Vergleichbar dazu werden der Bremsbelag und die Rückenplatte auf der Kolbenseite mit dem Bremskolben zusammengeführt. Der kolbenseitige Teil des Bremssattels und der Hauptbremszylinder bilden jeweils eigenständige Massen. Eine Bewegung des Sattelträgers selbst ist nicht möglich, da dieser auf dem Achsschenkel fest montiert ist.

Jeder der Massepunkte bewegt sich in seinem Koordinatensystem durch einwirkende Kräfte. Für den Massepunkt 1 (Gehäuse) ergibt sich somit die Bewegungsgleichung zu

$$m_{Sattel,KS} \cdot \ddot{x}_{Sattel,KS} = -F_{hyd} - F_{Sattelaufweitung} - F_{Dichtring} - 2F_{Bushing} \quad (6)$$

In dieser Formel ist  $\ddot{x}_{Sattel,KS}$  die Beschleunigung und  $m_{Sattel,KS}$  die Masse des kolbenseitigen Teils des Sattels.  $F_{hyd}$ ,  $F_{Sattelaufweitung}$ ,  $F_{Dichtring}$  und  $F_{Bushing}$  sind die Kräfte aus hydraulischem Druck, der Sattelaufweitung, des Dichtrings und des Bushings.

Als Bushings werden dabei die Dämpfungshülsen der beiden Führungsbolzen zwischen Sattelträger und Bremssattelgehäuse bezeichnet.

Für den zweiten Massepunkt (Kolben, Rückenplatte, Bremsbelag) lautet die Bewegungsgleichung

$$(m_{BB,KS} + m_K) \ddot{x}_K = F_{Dichtring} - F_{Belag,FS} + F_{hyd} - F_{Reibung,HK,KS} \quad (7)$$

und für den dritten Massepunkt, bestehend aus Gehäuse, Rückenplatte und Bremsbelag

$$\begin{aligned} (m_{BB,FS} + m_{Sattel,FS}) \ddot{x}_{Sattel,FS} \\ = F_{Belag,FS} + F_{Sattelaufweitung} + F_{Reibung,HK,FS} \end{aligned} \quad (8)$$

Der vierte Massepunkt repräsentiert den Hauptbremszylinder und es ergibt sich die Bewegungsgleichung zu

$$m_{Zyl} \cdot \ddot{x}_{hyd} = p_{Brems,soll} \cdot A_K - F_{hyd} \quad (9)$$

Die Einleitung der Bremskraft erfolgt in dem Modell über einen Sollwert für den Bremsdruck. Dieser ergibt mit der Kolbenfläche den Sollwert für die eingeleitete Kraft. In Abhängigkeit von den Verschiebungen und Geschwindigkeiten des Sattels bzw. Kolbens stellt sich die hydraulische Kraft folgendermaßen dar:

$$\begin{aligned} F_{hyd} = & p_{Brems,soll} \cdot A_K \\ & + [(\dot{x}_{Sattel,KS} - \dot{x}_K) k_{hyd}(p_{Brems}) \\ & + (\dot{x}_{Sattel,KS} - \dot{x}_K) d_{hyd}(p_{Brems})] \end{aligned} \quad (10)$$



Die Abbildung der Interaktionen zwischen den Bauteilen erfolgt über Reibung oder durch Feder-Dämpfer-Systeme. Bei Letzteren resultieren die Kräfte aus den Verschiebungen und Geschwindigkeiten der jeweils beteiligten Bauteile und den jeweils relevanten Steifigkeits- bzw. Dämpfungswerten.

$$F_{Sattelaufweitung} = (x_{Sattel,KS} - x_{Sattel,FS}) \cdot k_S + (\dot{x}_{Sattel,KS} - \dot{x}_{Sattel,FS}) d_S \quad (11)$$

$$F_{Dichtring} = (x_{Sattel,FS} - x_{Belag,KS}) \cdot k_{Dichtring} + (\dot{x}_{Sattel,FS} - \dot{x}_{Belag,KS}) d_{Dichtring} \quad (12)$$

$$F_{Belag,FS} = -(x_{Belag,FS} - x_{Scheibe,FS}) k_{BB} - (\dot{x}_{Belag,FS} - \dot{x}_{Scheibe,FS}) d_{BB} \quad (13)$$

$$F_{Belag,KS} = (x_{Belag,KS} - x_{Scheibe,KS}) k_{BB} + (\dot{x}_{Belag,KS} - \dot{x}_{Scheibe,KS}) d_{BB} \quad (14)$$

$$F_{Bushing} = (x_{Sattel,KS}) k_{Bus} + (\dot{x}_{Sattel,KS}) d_{Bus} \quad (15)$$

Die auf die Rückenplatte wirkenden Reibungskräfte an den Hammerköpfen berechnen sich über die Reibkoeffizienten zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe, sowie zwischen Rückenplatte und Sattelträger aus der Normalkraft des Bremsbelags und sind der Bewegungsrichtung des Bremsbelags auf dem Sattelträger entgegengesetzt.

$$F_{Reibung,HK,FS/KS} = -F_{Belag,FS/KS} \cdot \mu_{BB} \cdot \mu_{HK} \cdot \text{sign}(\dot{x}_{Sattel,FS/KS}) \quad (16)$$

Das Modell des Bremssystems ist in Zusammenarbeit mit Fischer<sup>79 80</sup> entstanden. Die Messungen der benötigten Parameterwerte für das Modell wurden am Fachgebiet Fahrzeugtechnik durchgeführt. Die Ermittlung der Steifigkeit und Dämpfung von Bauteilen erfolgte mittels eines Hydropulsers, mit dem sowohl die Vorlast als auch die Belastungsfrequenz variiert werden konnten, um repräsentative Werte für den relevanten Betriebspunkt zu erreichen.<sup>79 81</sup>

Bauteil	Steifigkeit in N/m	Dämpfung in Ns/m
Bremssattelgehäuse	$8 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^4$
Bushings	$10^5$	$10^4$
Bremsflüssigkeit	$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^4$
Bremsbelag	$1,4 \cdot 10^8$	$4 \cdot 10^6$

Tabelle 3: Steifigkeits- und Dämpfungswerte für unterschiedliche Bauteile des Simulationsmodells

<sup>79</sup> Könning, M. et al.: Simulation of a brake system ... (2013)

<sup>80</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißbrubbeln ... (2015)

<sup>81</sup> Fischer, S. et al.: Effects of different Friction Materials on Hot Judder ... (2013)

Basierend auf den gemessenen Steifigkeiten und Dämpfungen werden die Werte aus Tabelle 3 als repräsentative Werte für den Lastfall ausgewählt und für die folgenden Untersuchungen verwendet.

Die Bremsscheibe ist in dem Modell als frei zu wählende Funktion implementiert. Dies sichert zum einen die Gestaltung von beliebigen Bremsscheibenoberflächen und ermöglicht zum anderen auch die Implementierung von Messwerten für SRO und DTV der Bremsscheibenoberfläche in dem Modell.

## 4.2 Ergebnisse

### 4.2.1 Abgleich mit Messdaten

Um die Güte späterer Vorhersagen des Modells bzgl. möglicher Einflussparameter und des Systemverhaltens bei unterschiedlichen Ordnungen einschätzen zu können, wird das Modell des Bremssystems in diesem Abschnitt mit Daten vom Schwungmassenprüfstand (SMP) verglichen. Zunächst erfolgt eine Plausibilisierung des resultierenden Bremsmomentes in drei Betriebspunkten. Anschließend wird das Bremssystem mit gemessenen Verformungen bei einer dominanten 1. bzw. 9. Ordnung angeregt, um für verschiedene Anregungsordnungen einen Vergleich zum SMP zu ziehen.

Unter Vernachlässigung der Verluste und Verformungen innerhalb des Bremssystems ergibt sich für einen Reibbeiwert von 0,4 bei 10 bar Bremsdruck ein Bremsmoment von

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Brems}} &= 2 \cdot p_{\text{hyd}} \cdot A_K \cdot r_{\text{eff}} \cdot \mu_{\text{Belag}} = \\
 &= 2 \cdot 10 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 0,1415 \text{ m} \cdot 0,4 = 158,5 \text{ Nm}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Bei Drücken von 20 bzw. 30 bar liegt das theoretische Bremsmoment bei 317 Nm bzw. 474,5 Nm.

Druck in bar	theoretisches Bremsmoment in Nm	berechnetes Bremsmoment in Nm	Abweichung in %
10	158,5	156,3	1,4%
20	317,0	312,7	1,4%
30	474,5	467,1	1,6%

Tabelle 4: Bremsmoment für Druckstufen von 10 bar, 20 bar und 30 bar

Tabelle 4 zeigt die Bremsmomente des Matlab/Simulink-Modells für drei Druckstufen. Dabei ergeben sich zwischen Simulationsmodell und den idealen Werten Abweichungen von max. 1,6 %.

Die Modellierung der Bremsscheibe als frei programmierbare Funktion ermöglicht es, Messdaten in das System einzubringen. Basierend auf der Anregung durch die gemessene Bremsscheibe ergibt sich im Simulationsmodell ein Bremsmomentverlauf. Dieser wird mit den Messwerten des Prüfstandes verglichen. Die gewählten Eingangsdaten sind, wie in Abbildung 28 auf der linken Seite dargestellt, die Wege der Messsensoren auf Kolben- bzw. Faustseite, jeweils ca. 9 mm vom Außenrand gemessen. Der dargestellte Abschnitt zeigt die Messdaten für 0,1 s einer der durchgeführten Schleppbremsungen vom Schwungmassenprüfstand. Da beide Sensoren jeweils die Entfernung zur Bremsscheibe von außen messen, entsprechen die dargestellten Messwerte einem SRO mit dominanter 9. Ordnung.

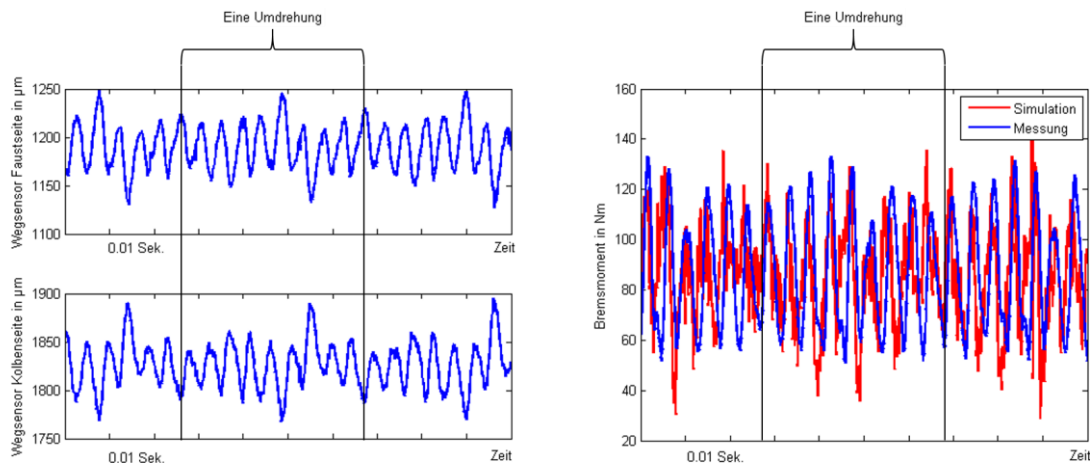


Abbildung 28: Messwerte der Wegsensoren (links) und Bremsmomentverlauf (rechts) für die Messung und Simulation

Der Vergleich des gemessenen Bremsmomentverlaufs vom Schwungmassenprüfstand und des berechneten Bremsmomentverlaufs ist in Abbildung 28 auf der rechten Seite dargestellt. Die Werte aus der Simulation bilden sowohl die Amplitude der Bremsmoment-schwankungen als auch deren dominante Ordnung passend ab. In Abbildung 29 ist zu sehen, dass die dominante Ordnung der berechneten BTV mit der dominanten Ordnung aus Messungen übereinstimmt. Die Amplitude der dominanten Ordnung wird in der Simulation jedoch überschätzt, die Amplituden der meisten anderen Ordnungen werden von der Simulation jedoch unterschätzt.

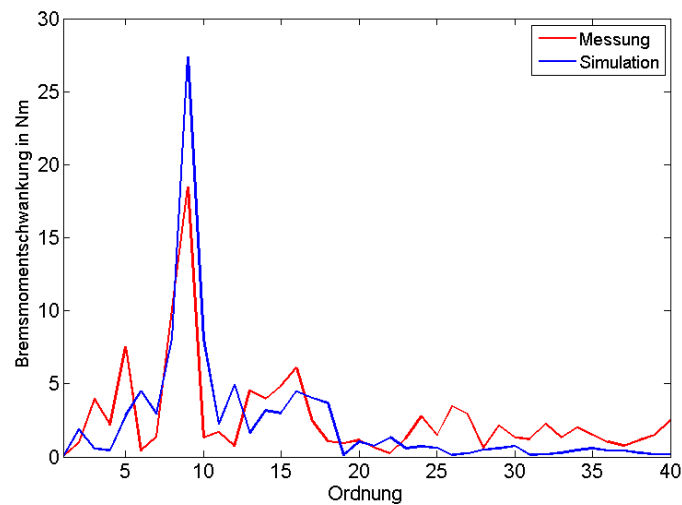


Abbildung 29: Ordnungsanalyse der Bremsmomentschwankungen aus Simulation und Messung

Für eine Anregung in einer niedrigeren Ordnung ist in Abbildung 30 der Abgleich zwischen Messung und Simulation dargestellt. Die Verformung der Bremsscheibe weist hier insbesondere ein SRO in der 1. Ordnung auf. Auch für die Anregung mit einem SRO der 1. Ordnung zeigt sich eine gute Repräsentation der Schwingungsamplitude durch das Berechnungsmodell und eine passende Abbildung der dominanten Ordnung der BTV.

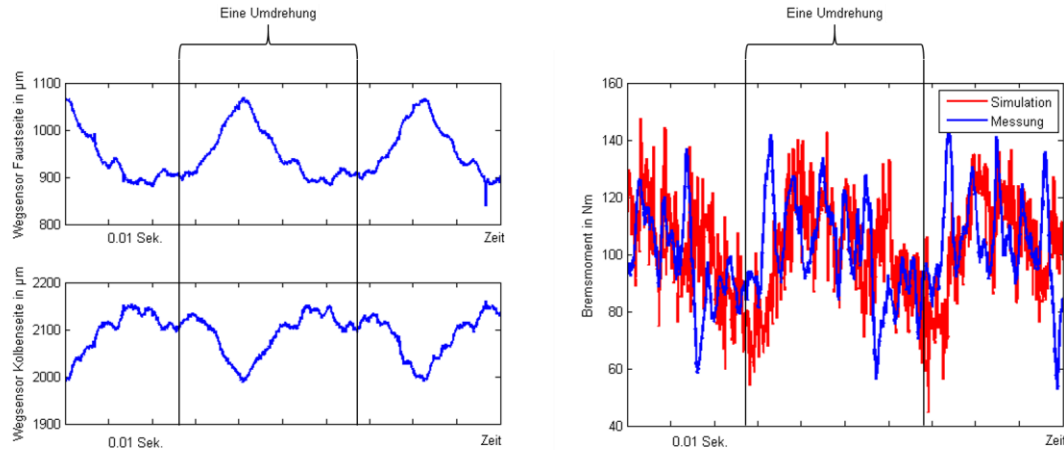


Abbildung 30: Messwerte der Wegsensoren (links) und Bremsmomentverlauf (rechts) für die Messung und Simulation

Das vorgestellte Bremssystem bildet für eine Anregung von 1. und 9. Ordnung in einem breiten Spektrum die dominante Ordnung und deren Amplitude der BTV ab. Daher wird das Modell im Folgenden für eine Analyse der Parametereinflüsse sowie einer Untersuchung von unterschiedlichen Anregungen verwendet.

### 4.2.2 Einflussanalyse für Parameter des Bremssystems

Der Einfluss von Parametern des Bremssystems wird mit Hilfe von Parametervariationen ermittelt. Um einen unterschiedlichen Einfluss von Parametern auf die Anregung mit SRO oder DTV darstellen zu können, findet eine Analyse der Parameter jeweils getrennt für eine Anregung mit 25  $\mu\text{m}$  SRO oder 12,5  $\mu\text{m}$  DTV der 9. Ordnung statt. Die 9. Ordnung ist dabei die Basis für die Parametervariation, da sie sich in der Mitte der beobachteten Ordnungen aus der Literatur und von Vorversuchen mit dem Referenzsystem befindet. Dadurch wird eine Repräsentation der unterschiedlichen Ordnungen in der Einflussanalyse angestrebt. Die Parameterwerte variieren in dieser Untersuchung um ihren Basiswert um  $\pm 30\%$ .

Die Ergebnisse der Parametervariation sind in Tabelle 5 zu sehen. Für die linken beiden Ergebnisspalten erfolgte eine Anregung mit SRO und für die rechten beiden Spalten mit DTV. Einflüsse größer als 10 % sind zur besseren Lesbarkeit grau hinterlegt.

Parameter	Veränderung BTV in Prozent bei Variation - 30 %	Veränderung BTV in Prozent bei Variation +30 %	Veränderung BTV in Prozent bei Variation -30 %	Veränderung BTV in Prozent bei Variation +30 %
	Anregung mit SRO	Anregung mit SRO	Anregung mit DTV	Anregung mit DTV
Dämpfung Sattel	6,1	-5,4	0,9	-0,5
Dämpfung Bremsbelag	5,0	-2,9	2,8	-1,3
Dämpfung Bushing	-33,3	18,2	2,7	-1,3
Dämpfung Dichtring	12,2	-12,6	-0,3	0,6
Dämpfung Bremsflüssigkeit	-0,002	-0,001	-0,0003	-0,001
Steifigkeit Bremssattel	-14,0	5,9	-7,0	3,4
Steifigkeit Bremsbelag	-15,7	8,2	-12,4	7,3
Steifigkeit Bushing	0,1	-0,1	0,02	-0,02
Steifigkeit Dichtring	0,13	-0,13	0,2	-0,2
Steifigkeit Bremsflüssigkeit	0,03	-0,02	0,04	-0,02
$\mu$ Bremsscheibe Belag	-41,3	22,3	-54,0	28,33
$\mu$ Hammerkopf	-3,6	3,5	-6,0	5,4

Tabelle 5: Parametervariation innerhalb des Simulationsmodells bei Anregung durch SRO bzw. DTV in 9. Ordnung

Einige der Parameter, z.B. die Steifigkeit und Dämpfung der Bremsflüssigkeit, aber auch die Steifigkeit der Bushings, zeigen bei den Untersuchungen kaum eine Veränderung der Momentenschwankung.

Die Dämpfung des Bushings hingegen weist bei Anregung mit SRO eine positive Korrelation mit der BTV auf und hat großen Einfluss, wie eine Steigerung der BTV um 18,2 % bei erhöhter Dämpfung zeigt. Wird das Bremssystem allerdings mit DTV angeregt, so ist die Auswirkung geringer und kehrt sich in seiner Wirkungsweise um, sodass eine negative Korrelation mit BTV zu beobachten ist. Für den Dichtring stellt sich ebenfalls nur für eine Anregung mit SRO ein Einfluss der Dämpfung dar. Weist die Brems Scheibe einen Dickenfehler auf, so ist die Auswirkung mit einem Anstieg des BTV um 0,6 % für eine höhere Dämpfung erheblich geringer.

Bremssattel und Bremsbelag haben ein vergleichbares Verhalten für SRO und DTV. Die Dämpfung der beiden Bauteile zeigt jeweils eine negative Korrelation mit den resultierenden Momentenschwankungen. Die Wirkung ist dabei jeweils für SRO leicht höher als bei DTV der Brems Scheibe. Die Steifigkeiten zeigen jeweils einen negativen Zusammenhang mit der BTV für SRO und DTV.

Die Reibbeiwerte zwischen Brems Scheibe und Bremsbelag sowie an den Hammerköpfen zeigen für beide Anregungsarten eine positive Korrelation mit der BTV. Um 30 % erhöhte Reibwerte führen bei Anregung mit SRO zu einem Anstieg des BTV um 22,3 % bzw. 3,5 % für den Reibwert zwischen Brems Scheibe und Bremsbelag bzw. den Reibwert an den Hammerköpfen. Für beide Parameter ist der Einfluss bei einer Anregung mit DTV nochmals größer als bei Anregung durch SRO.

Die Steifigkeiten von Bremsbelag und Bremssattel zeigen für beide Anregungsformen eine positive Korrelation mit dem BTV. Eine Reduktion der Bremsbelagsteifigkeit um 30 % führt bei Anregung durch SRO zu einer Reduktion des resultierenden BTV um 15,7 %. Die beiden Parameter erlauben außerdem im Gegensatz z.B. zur Dämpfung des Bushings eine konfliktfreie Optimierung für eine Anregung mit SRO und DTV.

### 4.2.3 Parametereinfluss bei Ordnungsvariation

Die bisherigen Parametervariationen wurden bei Anregungen der 9. Ordnung durchgeführt. Die Wirksamkeit der einzelnen Einflussfaktoren ist jedoch auch abhängig von der Ordnung der Anregung.

So zeigt sich in Abbildung 31 für die Bremssattelsteifigkeit, dass der Einfluss auf die BTV für steigende Ordnungen wächst. Für niedrige Ordnungen ergibt sich auch bei 30 % Veränderung der Bremssattelsteifigkeit kaum ein Einfluss auf die BTV. Erfolgt die Anregung allerdings mit einem SRO der 9. Ordnung, so ergeben sich 13 % Reduktion der BTV. Ähnlich wie die Steifigkeit des Bremssattels verhalten sich auch die Steifigkeit des Bremsbelages und der Bremsflüssigkeit sowie die Dämpfung von Dichtring, Sattel, Bremsbelag und Bremsflüssigkeit. Bei allen diesen Parametern steigt der Einfluss mit wachsender Anregungsamplitude auf eine prozentuale Veränderung der BTV.

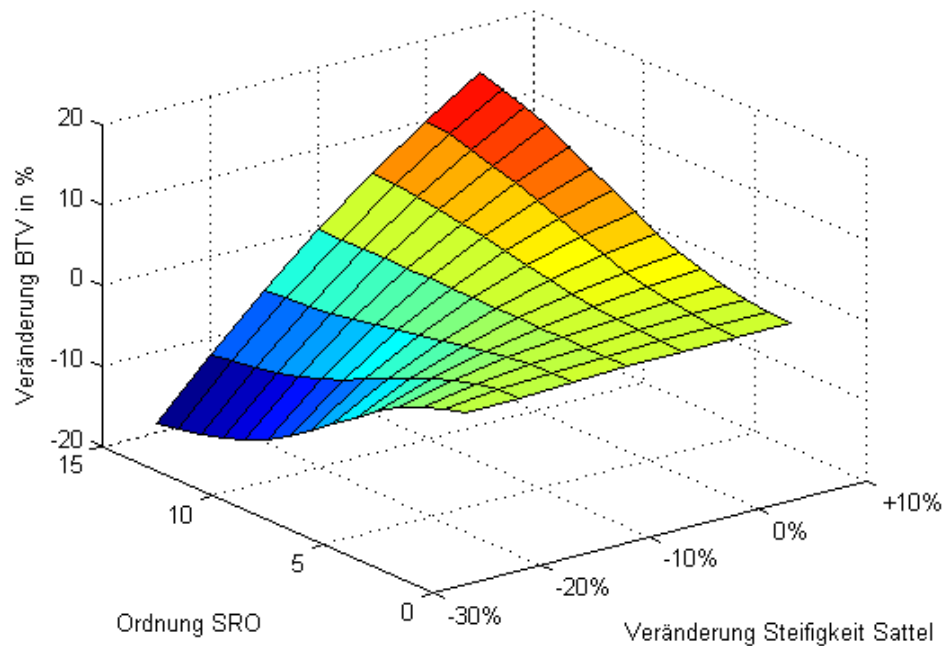


Abbildung 31: Veränderung der BTV über Anregungsordnung und Steifigkeit des Sattels

Andere Größen, wie z.B. die Reibung an den Hammerköpfen, zeigen ein solches Verhalten nicht, sondern bewirken eine gleichbleibende Reduktion der BTV von einigen Nm. Da bei wachsenden Ordnungen der Anregung generell das Niveau der BTV steigt, verringert sich dadurch der prozentuale Einfluss der Hammerkopfreibung in dem Modell.

Der Einfluss der Kenngrößen des Bushings hingegen bleibt prozentual immer gleich, unabhängig von der Anregungsordnung. Gleiches gilt ebenso für den Reibwert zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag.

Bisher wurden in der Literatur ausschließlich niedrige Ordnungen als Anregungen des Bremssystems verwendet, um Maßnahmen für die Optimierung der resultierenden BTV zu beurteilen. Die Hypothese, dass diese Maßnahmen auch bei einer Anregung höherer Ordnung genauso wirksam sind, hat sich für das vorliegende Berechnungsmodell nicht bewährt.

#### 4.2.4 Ordnungsabhängige Bremsmomentvariation

Bei Variation der Anregungsordnung für SRO steigt für höhere Ordnungen aufgrund der im System vorhandenen Dämpfungen das Niveau der resultierenden BTV an. Innerhalb der untersuchten Ordnungen verlangsamt sich dieses Wachstum für gleiche Reibwerte auf Faust- und Kolbenseite jedoch ab ca. der 12. Ordnung. In Abbildung 32 zeigen die rote und die magenta-farbene Kurve jeweils die BTV für zwei unterschiedliche Reibwerte.

Durch die Ausbildung von z.B. heißen Bändern auf dem Reibring kann sich die Reibwertverteilung zwischen kolben- und faustseitigem Belag allerdings auch unterschiedlich entwickeln. Untersuchungen an dem Berechnungsmodell mit unterschiedlichen Reibwerten auf Kolben- und Faustseite zeigen, dass das Verhalten der beiden Reibwerte zueinander einen Einfluss auf eine Maximumlage bei höheren Ordnungen hat.

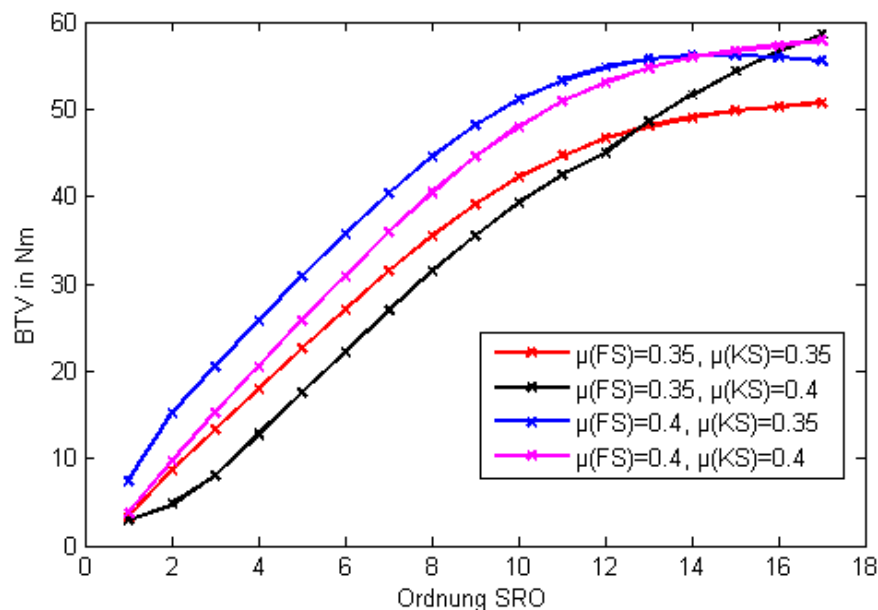


Abbildung 32: Einfluss der Reibwerte auf Faust- und Kolbenseite auf die BTV

Während das Bremssystem bei niedrigen faustseitigen Reibwerten kein Maximum innerhalb des untersuchten Bereiches erreicht, ergibt sich für einen hohen faustseitigen Reibwert ein Maximum in der 14. Ordnung.

Der unterschiedliche Einfluss der Reibwerte hängt mit dem Ort der größten Momentenerzeugung zusammen. Während auf der Faustseite eine Eigenfrequenz der relevanten Verschiebung des Bremssattels für eine Überhöhung in der Momentenentstehung sorgt, ist dies auf der Kolbenseite nicht der Fall. Die Eigenfrequenz des faustseitigen Teils des Bremsbelags zeigt sich im Berechnungsmodell auch an der Veränderung der Maximumlage bei geänderter Rotationsgeschwindigkeit.

Unterschiedliche Reibwerte auf Kolben- und Faustseite haben auch für niedrige Ordnungen eine Auswirkung. Bei Anregung des Bremssystems mit 25  $\mu$ m SRO in der 2. Ordnung bewirkt ein erhöhter Reibwert auf der Kolbenseite von 0,35 auf 0,4 eine Reduktion von ca. 35 % der resultierenden BTV. Ein gegenteiliges Verhalten ist in Abbildung 32 für den faustseitigen Reibwert zu beobachten.

Bei Anregung in höheren Ordnungen wächst allerdings der Einfluss des kolbenseitigen Reibwertes, sodass z.B. ab der 16. Ordnung ein Bremssystem mit höherem Reibwert auf der Kolbenseite auch insgesamt höhere BTV erzeugt.



### 4.2.5 Modell der Bremsscheibe

Bremsmomentschwankungen im Bremssystem basieren zumeist auf Normalkraftschwankungen oder Reibwertschwankungen über den Umfang der Bremsscheibe. In beiden Fällen kommt es zu einer lokal erhöhten Reibleistung zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag. Diese erhöhte Reibleistung schlägt sich in der lokalen Temperatur der Bremsscheibe nieder und kann zum einen zu Hotspots und zum anderen zu Dickenfehlern der Bremsscheibe führen. Dickenfehler entstehen durch thermische Ausdehnung, da sich heißere Bereiche der Bremsscheibe weiter ausdehnen als kältere Bereiche.<sup>82</sup>

Um die Entstehung der Dickenfehler in dem bestehenden Simulationsmodell des Bremssystems abbilden und Einflussgrößen untersuchen zu können, wird das Modell um ein thermomechanisches Modell der Bremsscheibe erweitert.

Das Modell der Bremsscheibe ist, wie bereits das Modell des Bremssystems, in Matlab/Simulink implementiert. Es werden dabei das Rad, der Topf der Bremsscheibe und der Schwanenhals als jeweils ein Element abgebildet.

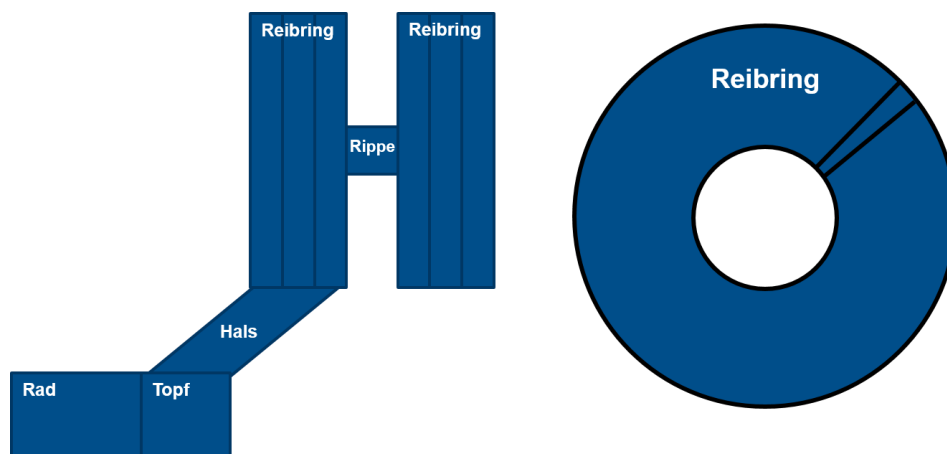


Abbildung 33: Bremsscheibenmodell im Querschnitt (links) und Aufsicht des Reibrings (rechts)

Die Reibringe werden jeweils in drei Schichten unterteilt. Diese Betrachtung erlaubt es, den Temperaturverlauf während der Bremsung innerhalb der Reibringe detaillierter abzubilden. Da es sich bei dem Referenzsystem um eine innenbelüftete Bremsscheibe handelt, werden auch die dazwischenliegenden Rippen als Elemente angenähert. Um eine ungleichmäßige Temperaturverteilung über den Umfang der Bremsscheibe abbilden zu können, wird die Bremsscheibe, wie in Abbildung 33 auf der rechten Seite, in kleine Segmente mit je  $2^\circ$  am Innen- und Außenradius des Reibrings unterteilt. Insgesamt umfasst das Modell der Bremsscheibe somit  $180 \cdot 7 = 1260$  Elemente für die Reibringe inkl. Rippen und 3 Elemente für Hals, Topf und Rad.

<sup>82</sup> Sardá, A. et al.: Hotspots and Thermal Judder (2008)

Für jedes dieser Elemente wird die Temperatur anhand der Gleichung

$$c \frac{dT_i}{dt} = F_N \mu \omega r_{eff} - \sum_{k \in S} \varepsilon \sigma A_k (T_i^4 - T_{Umgebung}^4) - \sum_{k \in S} \alpha_k A_k (T_i - T_{Umgebung}) - \sum_{k \in N} \frac{T_i - T_k}{R_{i,k}} \quad (18)$$

ermittelt. Dabei ist das aktuelle Element durch den Index  $i$  gekennzeichnet,  $S$  ist die Menge der freien Flächen des aktuellen Elements und  $N$  repräsentiert die Menge der Elemente mit Wärmeübergang von und zu dem aktuellen Element. Die Temperatur  $T$  ist neben den unten aufgeführten Materialwerten auch von dem Wärmeleitungswiderstand  $R_{i,k}$  zwischen den Elementen abhängig. Die Veränderung der Temperatur ist somit proportional zu der Leistung aus Reibung, Konvektion, Wärmestrahlung und Wärmeleitung.

Jedes dieser Elemente dehnt sich bei Erhöhung der Temperatur aus. Die Ausdehnung wird nur in axiale Richtung berücksichtigt und bei einer Elementhöhe  $h$  mittels

$$\Delta h_i = h_i \alpha \Delta T_i \quad (19)$$

berechnet.

Für die Berechnung der Bremsscheibentemperatur und der thermischen Ausdehnung werden die Materialkennwerte aus Tabelle 6 verwendet.

Parameter	Wert	Einheit	Symbol	Bemerkung
Emissionsgrad	0,3 - 0,6	-	$\varepsilon$	Abhängig von Ort des jeweiligen Elements
Wärmekapazität	450 - 600	J/kgK	$c$	Abhängig von der Temperatur des Elements
Wärmeleitfähigkeit	42 - 53.2	W/Km <sup>2</sup>	$\lambda_w$	Abhängig von der Temperatur des Elements
Wärmeausdehnung	$1,3 \cdot 10^{-5}$	1/K	$\alpha$	

Tabelle 6: Materialkennwerte zur Berechnung der Bremsscheibentemperatur

Durch die Unterteilung der beiden Reibringe in jeweils drei Schichten lässt sich auch während/nach einer Bremsung der Temperaturverlauf innerhalb der Bremsscheibe beobachten. Dabei wurde der in Abbildung 34 auf der rechten Seite dargestellte, linear abnehmende Wärmestrom aufgebracht, um eine Stoppbremsung anzunähern. In Abbildung 34 auf der linken Seite ist zu sehen, wie zuerst vor allem in der Außenseite des kolben-seitigen Reibringes die Temperatur steigt. Im späteren Verlauf der Simulation sorgt die Wärmeleitung für einen Ausgleich der Temperatur im gesamten Reibring und es stellt sich nach dem Ende der Bremsung eine einheitliche Temperatur innerhalb des gesamten Reibrings ein.

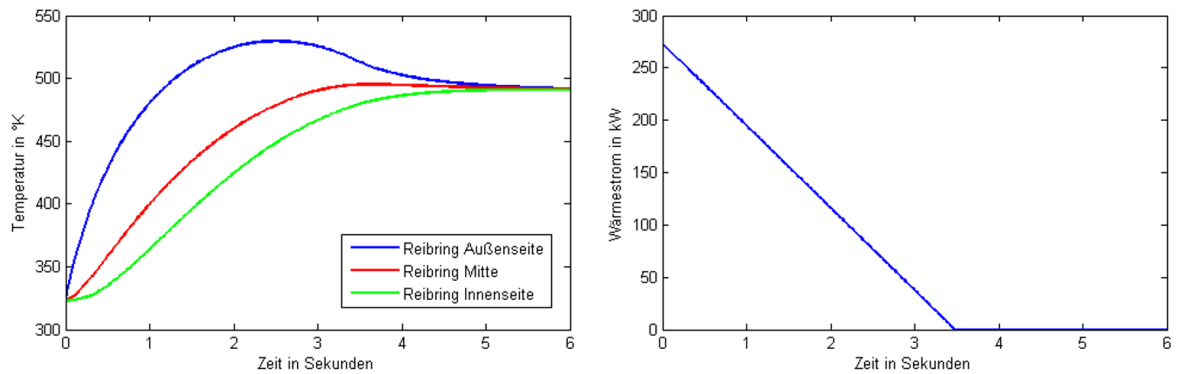


Abbildung 34: Temperaturverlauf des kolbenseitigen Reibrings (links) und Wärmestroms (rechts)

#### 4.2.6 Gekoppeltes Modell

Das thermomechanische Modell der Bremsscheibe und das mechanische Modell des Bremssystems können gekoppelt werden, um den Einfluss der thermisch relevanten Belagparameter zu untersuchen.

Dabei wird der Bremsbelag, ebenso wie die Bremsscheibe, in Segmente von je  $2^\circ$  eingeteilt und jedes dieser Segmente mit einem Feder-Dämpfer-System abgebildet. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine ungleiche Druckverteilung innerhalb des Bremssystems. Durch die Modellierung der Bremsbelagssegmente als unabhängige Systeme wird die Querkontraktion des Belagmaterials vernachlässigt.

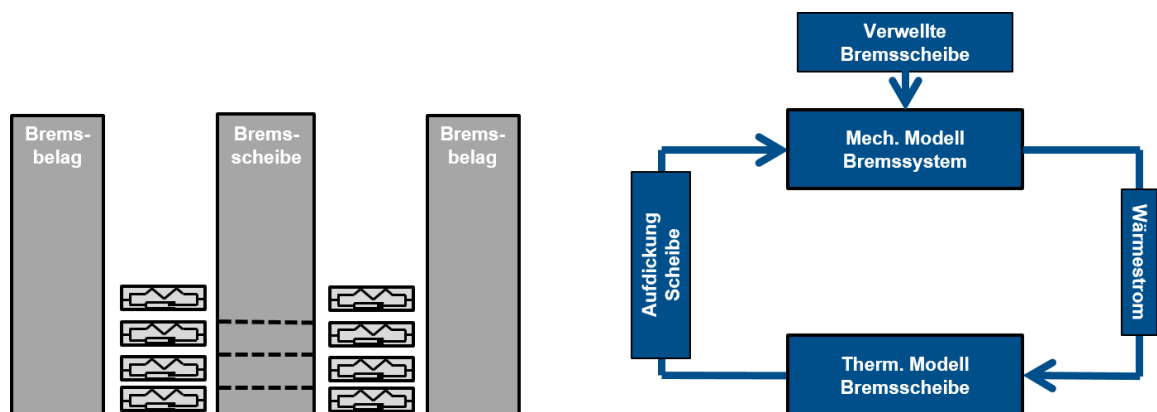


Abbildung 35: Aufbau des Bremsbelags im Simulationsmodell (links) und Kopplung der therm. und mech. Simulationsmodelle (rechts)

Beide Modelle werden in ein gekoppeltes Modell integriert und parallel gelöst. Die Interaktion zwischen Bremssystem und Bremsscheibe geschieht über den Wärmestrom auf der einen Seite und die Verformung bzw. Aufdickung der Bremsscheibe auf der anderen Seite.

Das gekoppelte Modell ist somit in der Lage - basierend auf einer initial verwellten Bremsscheibe - Temperaturschwankungen innerhalb der Bremsscheibe und resultierende Dickenfehler zu berechnen. Abbildung 36 zeigt beispielhaft das Temperaturbild einer Bremsscheibe nach 0,2 s bei Anregung durch SRO mit 25  $\mu\text{m}$  in der 9. Ordnung.

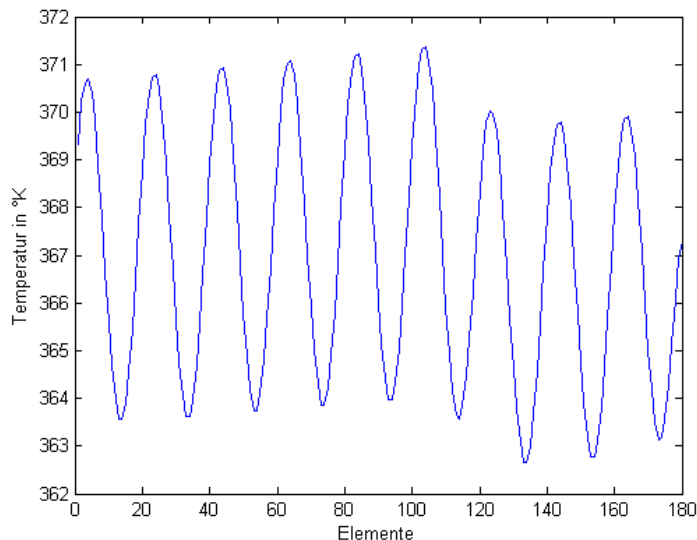


Abbildung 36: Temperaturbild der Bremsscheibenoberfläche bei Anregung in der 9. Ordnung

#### 4.2.7 Einflussanalyse für das thermomechanische Modell

Eine Parameterstudie mit den in Abbildung 37 dargestellten Parametern Wärmeleitkoeffizient der Bremsscheibe, Steifigkeit und Dämpfung des Bremsbelags sowie des Reibwertes zeigt deren Einfluss auf die resultierenden Temperaturschwankungen in den äußeren Elementen des kolbenseitigen Reibringes. Dabei erfolgt die Anregung über eine vorgegebene SRO-Amplitude von 25  $\mu\text{m}$  in der 9. Ordnung.

Reibwert und Steifigkeit des Bremsbelags verhalten sich wie bei der Entstehung von BTV positiv korreliert mit der Messgröße. Die Steifigkeit hat dabei keinen Einfluss auf die gesamte umgesetzte Energie, sodass für eine Variation des Parameters die mittlere Temperatur der Elemente auch gleich bleibt. Bei einer Veränderung des Reibwertes wird neben den Temperaturschwankungen auch die mittlere Temperatur entsprechend durch die erhöhte Reibleistung beeinflusst, wenn, wie in diesen Untersuchungen, mit konstantem Druck gearbeitet wird.

Ein höherer Wärmeleitkoeffizient in der Bremsscheibe verringert die Schwankungen der Temperatur über den Umfang der Bremsscheibe und trägt auch zu einem schnelleren Abbau von axialen Temperaturunterschieden bei. So ist bei gleicher Reibleistung für einen höheren Wärmeleitkoeffizient die mittlere Temperatur der äußeren Elemente niedriger.

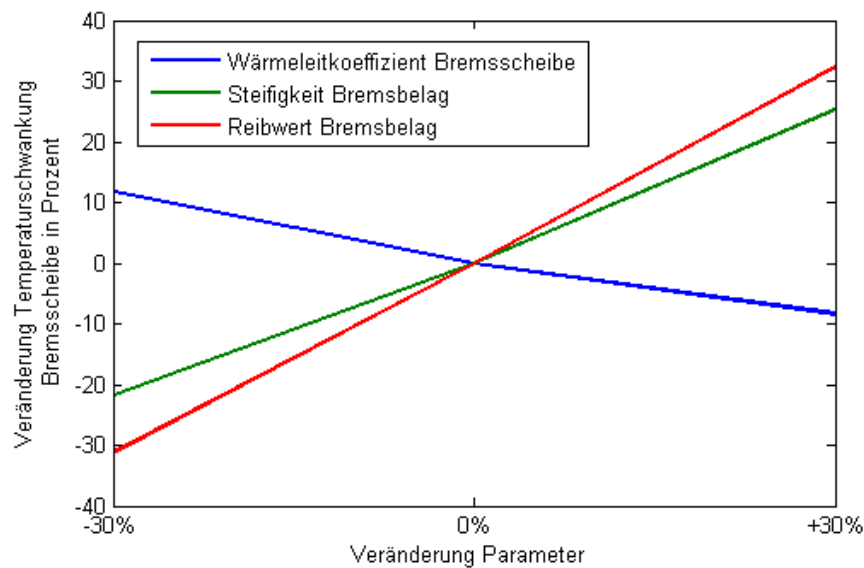


Abbildung 37: Parametereinfluss auf Temperaturschwankungen der Bremsscheibe

## 4.3 Zwischenfazit

In diesem Kapitel wurde ein Berechnungsmodell des Bremssystems verwendet, um die Entstehung von Bremsmomentschwankungen bei Anregung durch eine Scheibe mit SRO bzw. DTV zu untersuchen.

Das verwendete axiale Modell erlaubt es, gezielt Parametervariationen durchzuführen. Eine Variation von Parameterwerten zeigt, dass die Steifigkeit und die Dämpfung des Bremsbelages relevante Einflussparameter sind. Im Gegensatz zu anderen Bauteilen ist es beim Bremsbelag auch möglich die untersuchte Variationsbreite von Steifigkeit und Dämpfung bei gleicher Geometrie herzustellen.<sup>83</sup> In dem thermomechanischen Modell haben sich zudem Steifigkeit und der Reibwert als Einflussgrößen auf die resultierenden Temperaturschwankungen bei verformter Bremsscheibe herausgestellt.

Bei Anregungen mit verschiedenen Ordnungen ergibt sich für das Bremsenmodell ein Anstieg des BTV bei zunehmender Ordnung. Die Verwellungsordnung ist daher neben der Amplitude eine weitere, wichtige Information, um SRO und DTV zu charakterisieren und bzgl. ihrer Wirkung auf BTV zu bewerten. Durch das veränderte Systemverhalten bei geänderter Anregungsordnung ist auch der Einfluss von einzelnen Parametern auf

<sup>83</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)

Bremsmomentvariationen nicht für alle Ordnungen konstant. Für die untersuchten Parameter wurde das Verhalten für unterschiedliche Ordnungen qualitativ dargestellt und kann für zukünftige Maßnahmen als Orientierung dienen.

Die dargestellten Modelle können Teile der Wirkungskette von Heißrubbeln abbilden. Dies gilt für die zweite und dritte Phase mit der Entstehung von Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen bzw. der Entstehung von Temperaturinhomogenitäten und Dickenfehlern. Die erste Phase mit der Entstehung von SRO innerhalb der Bremsscheibe ist jedoch mit den dargestellten Mitteln nicht darstellbar. Aus diesem Grund erfolgt eine tiefergehende Untersuchung der initialen Verwellung in den Kapiteln 6 und 7.

## 5 Experimentelle Datenanalyse

Im letzten Kapitel erfolgte eine Untersuchung des Bremssystems und der Einflussparameter auf BTV für alle Ordnungen.

Für eine Analyse der Entstehung von initialen Verwellungen und einer Abbildung des jeweiligen Wirkmechanismus ist es jedoch wichtig die auftretenden Ordnungen für das Referenzsystem zu kennen und ihre Abhängigkeiten darzustellen.

In diesem Kapitel erfolgt daher die Auswertung von experimentell erhobenen Daten zu einer Unterscheidung von unterschiedlichen Wirkungsketten und Einflussfaktoren des Bremsbelages auf diese Wirkungsketten.

### 5.1 Versuchsdurchführung

Die in diesem Kapitel verwendeten Messdaten wurden anhand des Referenzbremssystems unter Variation der Bremsbelageigenschaften am Fachgebiet Fahrzeugtechnik der TU Darmstadt erhoben.<sup>84</sup>

Es wird dabei ein Schwungmassenprüfstand verwendet und die aus der Wirkungskette relevanten Größen SRO, DTV, BTV und BPV gemessen. Außerdem erfassen eine Thermobildkamera sowie ein Kontaktsensor an der Oberfläche der Scheibe die Temperatur der Brems Scheibe. Bremsdruck und Bremsmoment werden über den Prüfstand mittels Drucksensor bzw. einer Kraftmessdose in Verbindung mit einem Pendelbock gemessen. Um einen Einfluss des Prüfstands bei seinen Eigenfrequenzen auszuschließen, findet zusätzlich eine Messung der Bremsmomente über Dehnmessstreifen direkt am Bremsenhalter statt.

Für die getesteten Bremsbeläge wird dabei ein Programm aus verschiedenen Bremsdrücken bzw. -momenten bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchfahren. Wie in Tabelle 7 zu sehen ist, werden dabei nacheinander drei Geschwindigkeitsstufen von 175, 200 und 225 km/h eingestellt und jeweils zuerst fünf definierte Bremsmomente von 150 bis 300 Nm und dann fünf Bremsdrücke von 5 bis 30 bar angesteuert.

Detailliertere Informationen zum Messaufbau, dem Messprogramm und der Berechnung der Größen SRO und DTV für diese experimentellen Versuchsreihen finden sich in der Fachliteratur.<sup>85</sup>

---

<sup>84</sup> Fischer, S. et al.: Correlation analysis between brake pad characteristics and hot judder (2014)

<sup>85</sup> Fischer, S. et al.: Effects of different Friction Materials on Hot Judder ... (2013)

Geschwindigkeit (km/h)	Bremsmoment (Nm)					Bremsdruck (bar)				
175	150	150	200	250	300	5	10	15	20	30
200										
225										

Tabelle 7: Testdesign für Untersuchungen zu Heißrubbeln am Schwungmassenprüfstand<sup>86</sup>

## 5.2 Variation des Bremsbelagmaterials

Für eine Untersuchung des Einflusses der Bremsbelageigenschaften wurden diese bei gleichbleibender Geometrie des Bremsbelages variiert.<sup>86</sup> Grundlage der Bremsbeläge waren drei Arten von Bremsbelagmaterialien: Eine kupferhaltige Referenzmaterialfamilie mit wenigen metallischen Anteilen (ECE LowMet), eine kupferfreie Materialfamilie mit ebenfalls wenigen metallischen Anteilen (ECE Cu-Free) und eisenfreie, kupferhaltige Materialien (NAO – Non-Asbestos-Organic).

Basierend auf der Wirkungskette und den Einflussparametern des Bremsenmodells aus dem letzten Kapitel werden Prototypen innerhalb dieser Grundmaterialfamilien mit möglichst breiter Streuung bzgl. vier Parameter gefertigt und untersucht. Diese Bremsbelageigenschaften sind die Steifigkeit  $k$  des Bremsbelags, die Dämpfung  $d_{Belag}$ , der Wärmeeindringkoeffizient  $b$  und der Reibkoeffizient  $\mu$ .

Für eine Repräsentation der Steifigkeit und der Dämpfung werden die Werte des K3-Versuches bzw. das Dämpfungsmaß  $D$  des Hammerschlagversuches verwendet. Der K3-Wert entspricht der Kompressibilität des Bremsbelages inkl. Rückenplatte nach der dritten Anwendung von 160 bar Druck durch den Bremskolben. Die Durchführung des Versuches ist in der ISO 6310 genauer spezifiziert. Der K3-Wert ist dabei reziprok proportional zur Steifigkeit  $k$  des Bremsbelags.

$$K3 \sim \frac{1}{k} \quad (20)$$

In dem Wärmeeindringkoeffizienten werden die thermischen Parameter der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_w$ , der spezifischen Wärmekapazität  $c$  und die Dichte  $\rho$  des Materials zusammengefasst als

$$b = \sqrt{\lambda_w c \rho} \quad (21)$$

<sup>86</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)



Über eine Variation der Grundmaterialien, Variationen von Steifigkeits- bzw. Dämpfungsmitteln im Bremsbelag, unterschiedliche Prozessparameter, wie z.B. Presstemperatur oder -druck, unterschiedliche Zwischenschichten und eine Variation der Reibkorngröße, werden die genannten Bremsbelageigenschaften in insgesamt 105 Prototypen mit jeweils drei Belagpaaren variiert.<sup>87</sup>

Von diesen Belagprototypen wird am Prüfstand des Fachgebietes Fahrzeugtechnik der TU Darmstadt eine weit gestreute Auswahl von 45 Bremsbelagpaaren am Prüfstand getestet.<sup>88</sup> Die Verteilung des K3-Werts und des Dämpfungsmaßes für die Beläge aus den drei Belaggruppen ist in Abbildung 38 ersichtlich. Neben der breiten Verteilung der Bremsbeläge zeigt sich auch, dass sich die drei Grundmaterialien in den dargestellten Eigenschaften überschneiden.

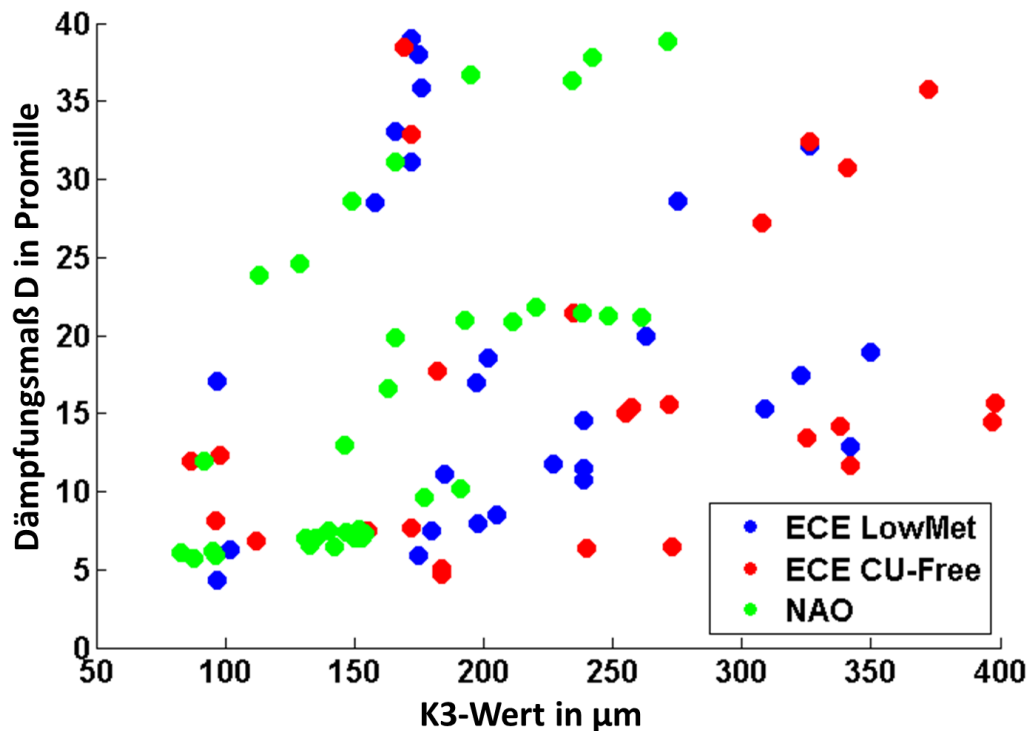


Abbildung 38: Verteilung der getesteten Bremsbeläge über K3-Wert und Dämpfungsmaß

<sup>87</sup> Fischer, S. et al.: Effects of different Friction Materials on Hot Judder ... (2013)

<sup>88</sup> Fischer, S. et al.: Correlation analysis between brake pad characteristics and hot judder (2014)

## 5.3 Ordnungsbänder

Für alle Bremsungen in der Belagstudie wurden jeweils die Messgrößen BTV und SRO mittels einer Fouriertransformation in ihre Ordnungsanteile zerlegt. Die Maximalwerte einer jeden Bremsung sind in Abbildung 39 über alle Bremsbeläge hinweg zu sehen. Dabei werden die Ordnungsanteile in den Ordnungen 1-20 jeweils mit einem Jitter, d.h. einer zufälligen Störung, von  $0,25^{89}$  versehen, um in den jeweiligen Ordnungsbändern auch Agglomerationen von mehreren Messpunkten analysieren zu können.

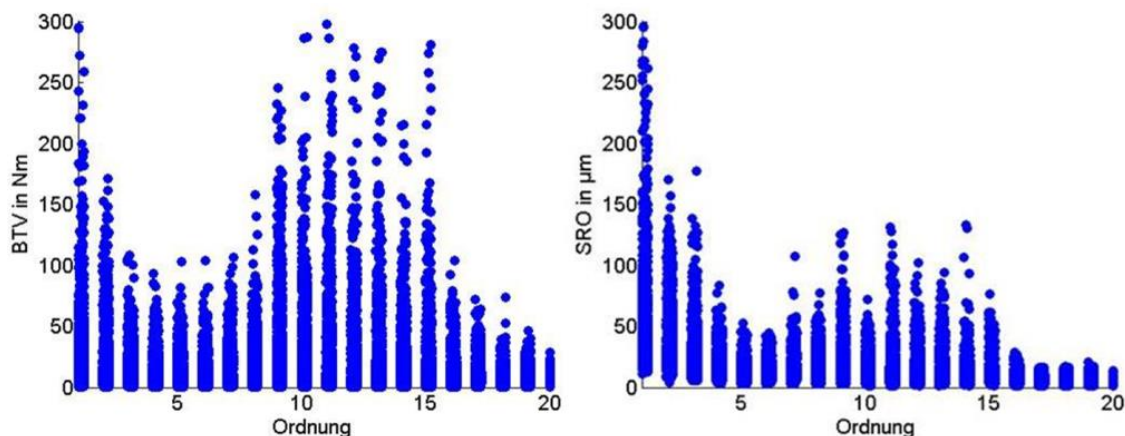


Abbildung 39: Maximalwerte von BTV (links) und SRO (rechts) für alle Bremsungen

Für die Bremsmomentschwankungen in Abbildung 39 auf der linken Seite sind vor allem zwei Bereiche mit hohen Werten festzustellen. Die 1. und 2. Ordnung weisen für die BTV Amplituden von teilweise über 150 Nm auf. Der zweite Bereich mit hohen Werten sind die Ordnungen 9-15. In diesen Ordnungen werden Werte von über 200 Nm gemessen. Demgegenüber ergeben sich in dem Ordnungsbereich von der 4. bis zur 7. Ordnung nur wenige Messwerte von über 100 Nm. Für Schwingungsanteile über der 15. Ordnung ergeben sich ebenfalls keine erhöhten Werte.

Bei der Betrachtung des SRO auf der rechten Seite zeigen die niedrigen Ordnungen 1-3 vielfach Messwerte über 100µm. Es zeigt sich jedoch auch im SRO ein zur BTV vergleichbares Verhalten mit erhöhten Werten in den Ordnungen 9-15. In diesen Ordnungen werden teilweise ebenfalls mehr als 100µm gemessen. In den Ordnungen 4-7 befinden sich vergleichbar zur BTV die Werte für SRO meistens unter 50 µm.

Es zeigen sich somit sowohl für BTV als auch für SRO zwei Bereiche mit erhöhten Werten. Diese sind jeweils einmal in den niedrigen Ordnungen 1-3 und außerdem in den hö-

---

<sup>89</sup> Der Jitter wurde jeweils im Bereich von -0,25 bis +0,25 mit einer Gleichverteilung angewandt

heren Ordnungen 9-15. Für beide Messgrößen ist außerdem festzuhalten, dass keine höhere Ordnung festgestellt werden kann, welche über alle Bremsbeläge und Betriebspunkte hinweg dominiert.

Um das Verhalten der beiden Bereiche näher zu untersuchen, werden für beide Bereiche jeweils die Messungen bei den verschiedenen Geschwindigkeiten dargestellt.

### 5.3.1 Niedrige Ordnungen

Für den Bereich der Ordnungen 1-3 zeigt Abbildung 40 eine Übersicht über die maximal auftretenden Amplituden für alle Bremsungen des Programms und alle getesteten Beläge. Dabei ist jeder Punkt wiederum das Maximum einer Bremsung in der jeweiligen Ordnung. Bremsungen mit 175 km/h sind in blau aufgetragen, grün entspricht Bremsungen bei 200 km/h und rote Punkte symbolisieren Bremsungen mit 225 km/h. Es wurde in dieser Abbildung ebenfalls ein Jitter auf die Ordnungen gelegt, um Anhäufungen von Messpunkten mit unterschiedlichen Farben unterscheiden zu können.

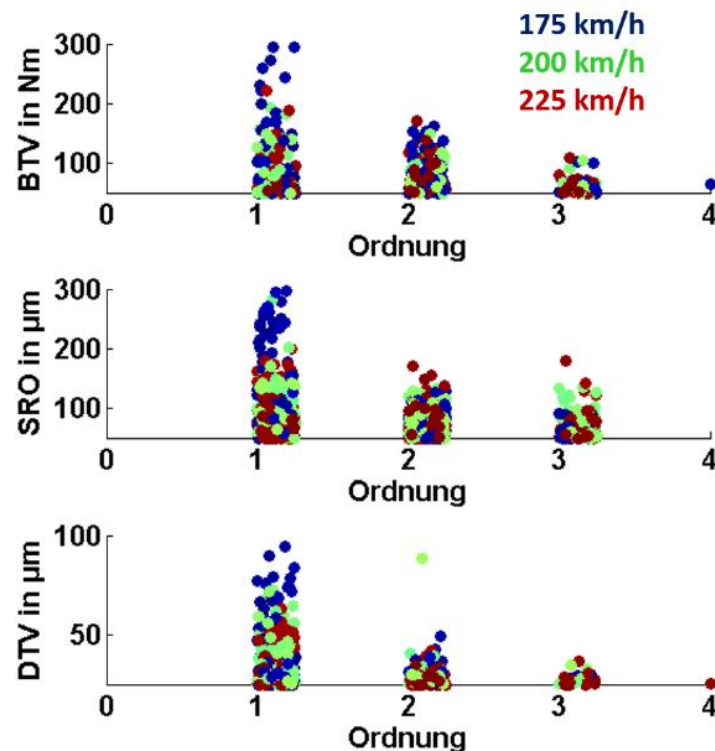


Abbildung 40: Maxima für BTV, SRO und DTV in niedrigen Ordnungen

Die Werte für die BTV, SRO und DTV sind jeweils in der 1. Ordnung am größten und nehmen mit zunehmender Ordnung in ihren Amplituden ab.

Für jede der Messgrößen treten in den dargestellten Ordnungen vergleichbar hohe Werte unabhängig von der Geschwindigkeit auf.

### 5.3.2 Hohe Ordnungen

In Abbildung 41 sind die Maxima für die drei Messgrößen für die Ordnungen 6-15 dargestellt. Das BTV ist für die Ordnungen 9-15 jeweils vergleichbar hoch. Die Werte der 15. Ordnung von über 100 Nm treten allerdings alle nur für eine Geschwindigkeit von 175 km/h auf. In der 13. Ordnung sind die Werte über 150 Nm hingegen zumeist von Bremsungen bei 200 km/h erzeugt worden.

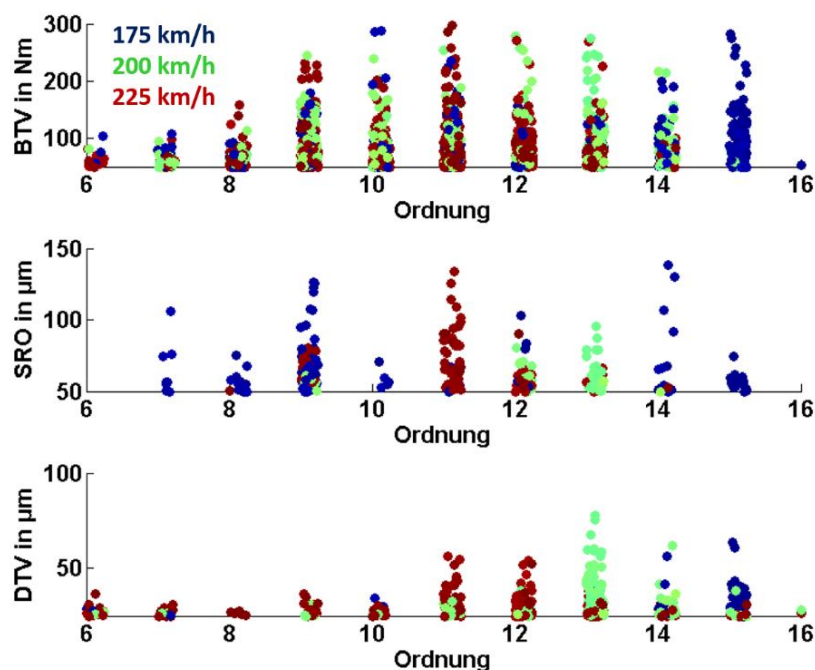


Abbildung 41: Maxima für BTV, SRO und DTV in hohen Ordnungen

Eine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit ist für die Werte der SRO ebenfalls zu erkennen. Es zeigt sich, dass die 15. Ordnung im SRO nur bei geringen Rotationsgeschwindigkeiten für Bremsungen mit 175 km/h auftritt, die 13. Ordnung beinahe ausschließlich bei mittleren Geschwindigkeiten auftritt und die 11. Ordnung vermehrt bei hohen Rotationsgeschwindigkeiten hohe Werte erzeugte. Ähnlich, wenn auch teilweise weniger klar, verhält sich die Dickenvariation.

Neben den Ordnungen 11, 13 und 15 mit hohen Werten im SRO bei einzelnen Geschwindigkeiten, sind für die 9. Ordnung für alle drei untersuchten Geschwindigkeiten Werte über 50  $\mu\text{m}$  möglich.

Besonders im SRO gibt es somit Ordnungen der Verwellung, die von der Rotationsgeschwindigkeit abhängen. Auf der anderen Seite gibt es Ordnungen, wie z.B. die 9. oder teilweise auch die 12. Ordnung, ohne erkennbare Abhängigkeit von der Geschwindigkeit.

### 5.3.3 Ordnungsgetreues und frequenzgetreues Verhalten

Basierend auf den Daten vom Schwungmassenprüfstand für die unterschiedlichen Ordnungen lassen sich drei Bänder für BTV, BPV, SRO und DTV definieren. Es sind, wie in Abbildung 42 dargestellt, jeweils die ersten beiden Bänder in ihrer Ordnung unabhängig von der Rotationsfrequenz des Prüfstands. Die dominante Ordnung des dritten Bandes ist hingegen abhängig von der Rotationsgeschwindigkeit der Bremsung. Als Grund dafür wird eine Resonanzfrequenz vermutet, wodurch sich dann die mittlere Ordnung  $n_{\text{reso}}$  des dritten Bandes berechnet als

$$n_{\text{reso}} = \frac{\text{Resonanzfrequenz}}{\text{Rotationsfrequenz}} \quad (22)$$

Da diese Division nicht zwangsläufig zu einer ganzen Zahl führt, werden auch jeweils die Ordnungen ober- und unterhalb von  $n_{\text{reso}}$  für dieses Band in Betracht gezogen.

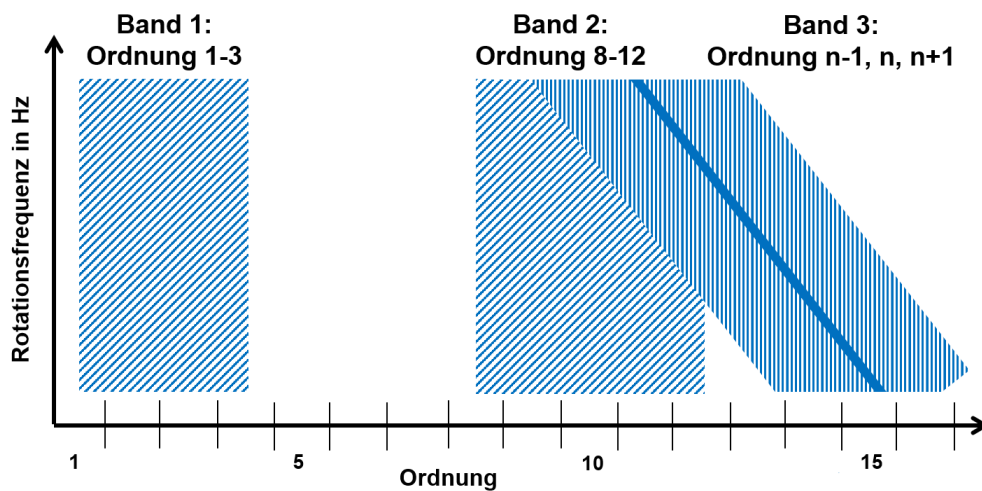


Abbildung 42: Definition der Ordnungsbänder für Heißrubbeln<sup>90</sup>

Da die Bänder 1 und 2 jeweils bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten bei derselben Ordnung verbleiben, werden diese im Folgenden auch als ordnungsgetreu bezeichnet. Im Gegensatz dazu ist das dritte Band jeweils bei einer konstanten Frequenz zu messen und wird daher frequenzgetreu genannt. .

<sup>90</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)

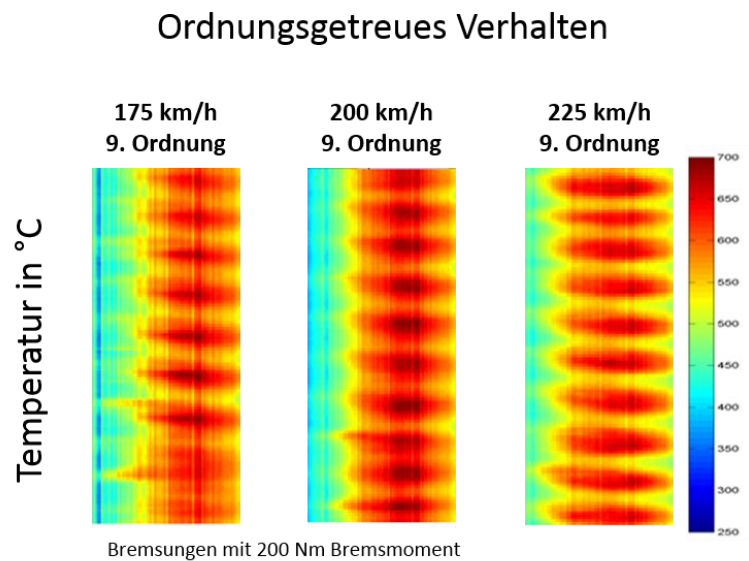


Abbildung 43: Thermobilder für ordnungsgetreues Verhalten eines Bremsbelages

Ordnungsgetreues bzw. frequenzgetreues Verhalten lässt sich jedoch nicht nur in BTV, BPV, SRO und DTV feststellen, sondern auch in den Messungen der Bremsscheibenoberflächentemperatur mit einer Thermobildkamera. Abbildung 43 zeigt auf der linken Seite für einen Bremsbelag die Temperaturbilder der faustseitigen Bremsscheibenoberfläche für drei Bremsungen bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten, wobei die Anzahl der Hotspots bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten konstant bleibt, wie es bei ordnungsgetreuen Verhalten zu erwarten ist. In Abbildung 44 sind die Thermobilder ebenfalls für drei Bremsungen dargestellt, wobei sich hier die Anzahl der Hotspots bei höheren Rotationsgeschwindigkeiten analog zum frequenzgetreuen Verhalten verringert.

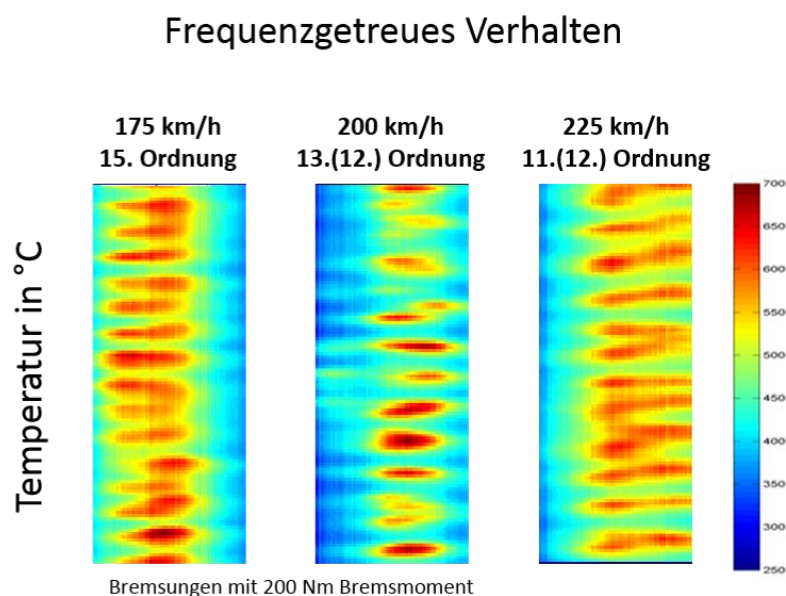


Abbildung 44: Thermobilder für frequenzgetreues Verhalten eines Bremsbelages

## 5.4 Unabhängigkeit der Bänder

Im vorherigen Abschnitt wurden die unterschiedlichen Ordnungen in drei Bänder mit jeweils ordnungsgetreuem oder frequenzgetreuem Verhalten unterteilt.

Um Wechselwirkungen zwischen den Bändern und eine mögliche Kausalität zwischen den verschiedenen Ordnungen näher zu untersuchen, werden die Korrelationen der Zuwächse in BTV der einzelnen Ordnungen ausgewertet.

Zu überprüfen ist die Hypothese, dass zwischen bestimmten Ordnungen ein kausaler Zusammenhang besteht, wie es z.B. die Progressive Waviness Distortion vorhersagt. Dies soll an der Betrachtung der BTV geschehen.

Für eine möglichst robuste Berechnung der Korrelationen wird im Folgenden ein Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman verwendet. Dieser kann, im Gegensatz zu den linearen Korrelationskoeffizienten, den Zusammenhang zwischen zwei Messreihen nicht nur über eine lineare Funktion beschreiben, sondern über eine beliebige monoton steigende Funktion. Des Weiteren ist er robuster gegenüber Ausreißern, da nicht die Werte für die Berechnung der Korrelation verwendet werden, sondern nur der Rang in der sortierten Messreihe. Spearmans Rangkorrelationskoeffizient<sup>91</sup> ist definiert als

$$r_s = \frac{Cov(rg_x, rg_y)}{s_{rg_x} \cdot s_{rg_y}} \quad (23)$$

Dabei ist  $r_s$  der gesuchte Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman,  $Cov(rg_x, rg_y)$  die Kovarianz der Ränge der Messreihen  $x$  und  $y$  und  $s_{rg_x}$  ist die Standardabweichung der Ränge von  $x$ . Der Spearman-Rangkorrelationskoeffizient entspricht dabei dem Pearson-Korrelationskoeffizient mit Anwendung auf die Ränge der jeweiligen Messreihen.

Für jede der Bremsungen wird ein Korrelationskoeffizient  $r_{i,j}$  zwischen den Ordnungen  $i$  und  $j$  mit  $i, j \in [1,25]$  berechnet. Aus den Korrelationskoeffizienten für alle Bremsungen wird dann der Median berechnet und in Abbildung 45 dargestellt.

Um das ordnungsgetreue und das frequenzgetreue Verhalten getrennt untersuchen zu können, werden nur Bremsungen bei 175 km/h ausgewertet. Bei dieser Geschwindigkeit befindet sich das Band für das frequenzgetreue Verhalten bei der 15. Ordnung und hat mit den Ordnungen 8-12 des ordnungsgetreuen Verhaltens keine Überschneidung.

---

<sup>91</sup> Ludwig-Mayerhofer, W.: Skriptum zur Vorlesung Statistik, Kapitel Kovarianz und Korrelation (2016)



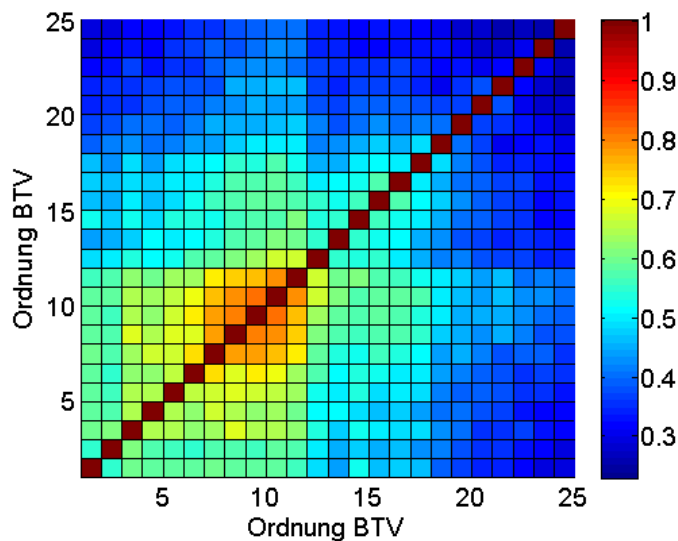


Abbildung 45: Median des Spearman-Rangkorrelationskoeffizienten bei 175 km/h<sup>92</sup>

Der Median der Rangkorrelationskoeffizienten für alle Bremsungen mit 175 km/h zeigt in Abbildung 45 die Korrelationen der verschiedenen Ordnungen in BTV untereinander. Die Werte schwanken dabei von 100 % für die perfekte Korrelation der jeweiligen Ordnung mit sich selbst auf der Diagonalen und einer Korrelation von kleiner 0.3 für höhere Ordnungen.

Die höchsten Werte abseits der Diagonalen lassen sich im Bereich der Ordnungen 8-11 feststellen. Hier zeigt sich ein Anstieg der Bremsmomentschwankungen in einem Bereich des gesamten zweiten Bandes. Der Anstieg mehrerer Ordnungen in dem gleichen Band könnte von Modulationen der BTV herrühren, sei es von einer nicht ganz regelmäßigen Periodizität (Phasen- und Frequenzmodulation) oder sei es von einer schwankenden Einhüllenden (Amplitudenmodulation).

Innerhalb der anderen beiden Bänder sind keine vergleichbar hohen Korrelationen festzustellen. Gleiches gilt auch für die Korrelationen zwischen den jeweiligen Bändern.

Generell existiert ein hohes Niveau an Korrelationen im Bereich der Ordnungen 1-15 mit Werten von überwiegend 0,5-0,7. Dies ist auf das gemeinsame Wachstum der Anregungen über die Bremsscheibe durch die Temperaturerhöhung während der Bremsung zu erklären. Die Korrelationskoeffizienten haben jedoch eine breite Streuung über die betrachteten Bremsungen.

---

<sup>92</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)



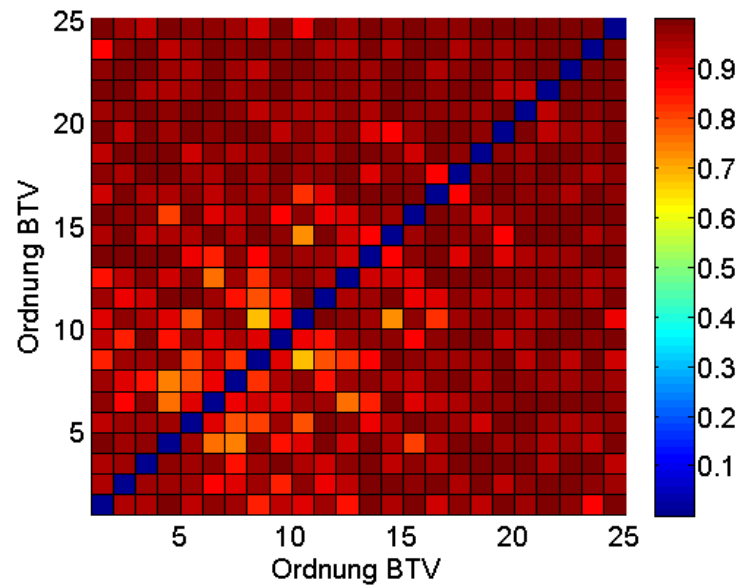


Abbildung 46: Max. P-Werte für BTV bei 175 km/h

Um eine mögliche Kausalität zwischen den jeweiligen Ordnungen weiter zu untersuchen, wird neben dem Rangkorrelationskoeffizienten auch der sog. P-Wert berechnet. Dieser Wert ergibt sich aus dem Test der Hypothese, dass keine Korrelation zwischen den betrachteten Größen vorliegt, gegen die Hypothese, dass eine Korrelation mit einem Zusammenhang ungleich Null vorliegt. Der Hypothesentest wird in diesem Fall mittels eines Permutationstests durchgeführt.

Die resultierenden P-Werte haben teilweise einen geringen Median, lehnen eine Korrelation also im Mittel nicht ab, allerdings sind die Maximalwerte von  $P$  wie in Abbildung 46 zu sehen, abseits der Diagonalen sehr hoch. Das bedeutet, dass in vielen Bremsungen eine Korrelation zwischen den einzelnen Ordnungen herrscht, dies allerdings nicht immer der Fall ist. Für jede der Ordnungen lässt sich bei manchen Bremsungen eine solche Korrelation zu einer anderen Ordnung allerdings klar ablehnen.

Da sich kausale Abhängigkeiten für einzelne Ordnungen in jeder Bremsung manifestieren würden, ist eine solche kausale Abhängigkeit für die unterschiedlichen Ordnungen und auch die jeweiligen Bänder abzulehnen.

## 5.5 Einfluss des Bremsbelagmaterials

Bei der Analyse der Messdaten wurden frequenzgetreues und ordnungsgetreues Verhalten bei Heißrubbeln festgestellt. Eine offene Frage ist dabei noch, welche Einflussgrößen des Bremsbelags für eine Ausprägung des einen oder des anderen Verhaltens verantwortlich sind.

Für die Ordnungen 9-15 werden dazu die K3-Werte für alle Bremsungen mit einem BTV-Anteil von über 70 Nm in der jeweiligen Ordnung untersucht. Diese Grenze stellt einen Kompromiss zwischen der Anzahl der verbleibenden Bremsungen und dem Rauschen in allen Ordnungen aus Abbildung 39 dar. Um eine Trennung des ordnungsgetreuen und frequenzgetreuen Verhaltens zu ermöglichen, wird dies nur bei Bremsungen mit 175 km/h durchgeführt. In Abbildung 47 sind die K3-Werte dargestellt. Rot markiert ist dabei jeweils der Median, das obere bzw. untere Ende der blauen Box repräsentieren das 75 % bzw. 25 % Perzentil. Die Einkerbung der Box stellt das 95 % Konfidenzintervall für den Median dar. Die schwarzen Balken markieren im Anschluss an jede Box einen Wertebereich, der sich innerhalb der 1,5-fachen Interquartilsabstands befinden. Ausreißer werden mit roten Kreuzen gekennzeichnet.

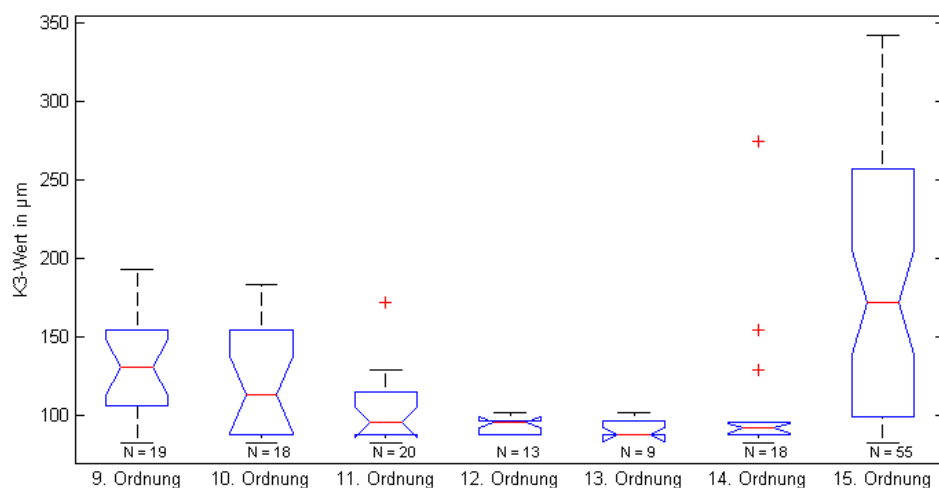


Abbildung 47: K3-Werte für Bremsungen mit BTV-Amplituden von mind. 70Nm

Wie in Abbildung 47 dargestellt ist, sind die Mediane der K3-Werte für die Ordnungen 9-14 monoton fallend, d. h. die Bremsbeläge weisen eine erhöhte Steifigkeit auf. Für die 15. Ordnung ist der Median hingegen signifikant höher als bei den Ordnungen darunter.

In den Ordnungen 9-14 finden somit bei Bremsungen mit erhöhter BTV in höheren Ordnungen steifere Bremsbeläge Verwendung. Bei Bremsungen mit erhöhter 15. Ordnung, also frequenzgetreuem Verhalten, findet ein breites Spektrum an Bremsbelägen Anwendung mit einer niedrigen mittleren Steifigkeit.

Neben den K3-Werten wird als zweite Einflussgröße der Bremsbeläge das jeweilige Dämpfungsmaß für die Ordnungen 9-15 bei Bremsungen mit BTV-Amplituden von mindestens 70 Nm in der jeweiligen Ordnung in Abbildung 48 dargestellt.

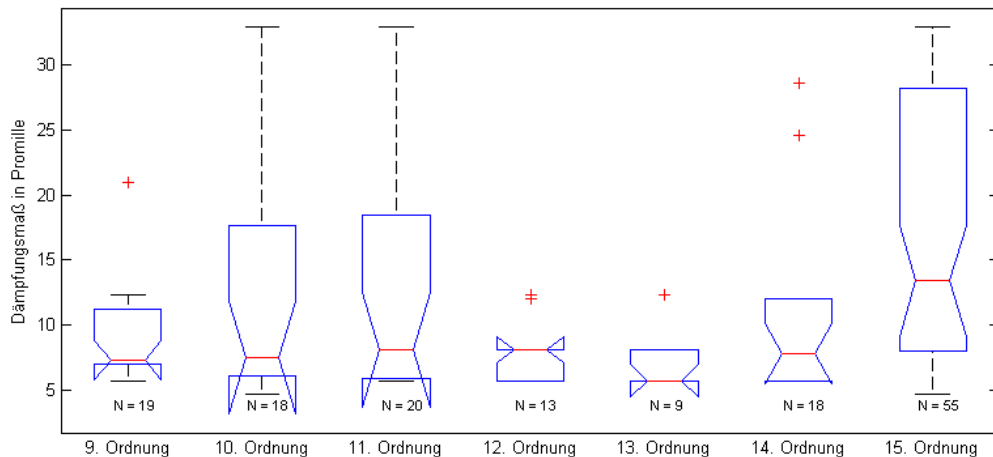


Abbildung 48: Dämpfungsmaß für Bremsungen mit BTV-Amplituden von mind. 70 Nm

Im Vergleich zu den Werten der Steifigkeit ist beim Dämpfungsmaß kein signifikanter Unterschied im Median zwischen den Ordnungen 9-14 zu erkennen. Der Median des Dämpfungsmaßes in der 15. Ordnung unterscheidet sich jedoch signifikant von den darunter liegenden Ordnungen.

Sowohl die Steifigkeit als auch das Dämpfungsmaß sind Einflussfaktoren auf das ordnungsgetreue und das frequenzgetreue Verhalten.

Durch die Auswertung von Bremsungen bei 175 km/h entspricht die 15. Ordnung dem frequenzgetreuen dritten Band. Es zeigt sich, dass bei diesem Band Bremsbeläge mit hohen K3-Werten sowie einem hohen Dämpfungsmaß hohe Werte in der Bremsmoment-schwankung hervorrufen. Im Gegensatz dazu zeigen sich im ordnungsgetreuen zweiten Band hauptsächlich hohe Werte in der BTV für steifere Beläge mit niedrigerem Dämpfungsmaß. Innerhalb des ordnungsgetreuen Bandes ist ebenfalls ein Einfluss der Steifigkeit zu erkennen. Dies kann zu unterschiedlichen dominanten Ordnungen bei ordnungsgetreuem Verhalten im zweiten Band führen.

Weitergehende Analysen zum Einfluss der Bremsbelagparameter auf die jeweiligen Amplituden finden sich in der Arbeit von Fischer<sup>93</sup>.

## 5.6 Systemverhalten

Das Verhältnis von BTV zu SRO für verschiedene Ordnungen wurde in Abschnitt 4.2.4 bereits mit einem Simulationsmodell untersucht. Dabei zeigte sich, dass das Verhältnis von BTV zu SRO zunächst für niedrige Ordnungen steigt und dann für höhere Ordnungen

<sup>93</sup> Fischer, S.: Correlation analysis between brake pad characteristics and hot judder (2014)

eine Sättigung erfährt. Dieses Verhalten ist unter anderem auch abhängig von den Reibwerten auf Faust- und Kolbenseite.

Um eine vergleichbare Auswertung der Messdaten zu erstellen, wird für jede Bremsung das Verhältnis der max. BTV und des max. SRO in der jeweiligen Ordnung berechnet. Der Median dieses Quotienten ist in Abbildung 49 dargestellt. Vergleichbar zum Simulationsmodell ergibt sich auch hier ein Anstieg für die niedrigen Ordnungen. Für höhere Ordnungen zeigt sich ab der 11. Ordnung ein breites Maximum bis zur 18. Ordnung.

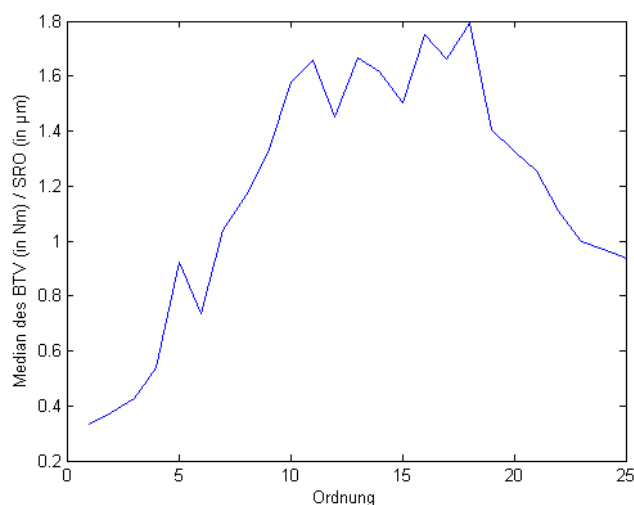


Abbildung 49: Verhältnis von BTV zu SRO der dominanten Ordnungen aus experimentellen Daten

Wie bereits im Simulationsmodell zeigt auch die experimentelle Untersuchung ein breites Maximum für die Entstehung von BTV bei gleicher SRO Amplitude in hohen Ordnungen auf.

## 5.7 Fazit

In diesem Kapitel wurden die Messdaten einer Versuchsreihe des Fachgebietes Fahrzeugtechnik der TU Darmstadt auf unterschiedliche Wirkungsketten, deren Zusammenhänge und jeweilige Einflussfaktoren untersucht.

Eine wichtige Erkenntnis ist, dass in den untersuchten Messgrößen drei Ordnungsbänder dominant sind. Für zwei dieser Bänder ist ordnungsgetreues Verhalten und für das dritte Band mit hohen Ordnungen ist frequenzgetreues Verhalten zu beobachten. Die Existenz von zwei unterschiedlichen Verhaltensweisen des Bremssystems ist bisher in keiner der bekannten Wirkungsketten vorgesehen.

Die Untersuchung des Wachstums der Momentenschwankung zeigt, dass die drei Bänder zwar oftmals parallel wachsen, dass jedoch die Entstehung kausal unabhängig erscheint. Somit ist auch gerechtfertigt, dass diese in den folgenden Kapiteln mit unterschiedlichen Simulationsansätzen zunächst unabhängig voneinander untersucht werden.

Bei der Ausprägung der einzelnen Phänomene spielen die Eigenschaften des Bremsbelags eine wichtige Rolle. Das Auftreten von frequenzgetreuem und ordnungsgetreuem Verhalten korreliert klar mit den  $K_3$ -Werten und den Dämpfungsmaßen der Bremsbeläge.

Die Entstehung von BTV bei gegebener Amplitude des SRO für verschiedene Ordnungen in den experimentellen Analysen ist vergleichbar mit den Ergebnissen der Simulation. Dadurch lassen sich bereits Rückschlüsse auf die Gewichtung von Amplituden in SRO bei verschiedenen Ordnungen ziehen.

## 6 Simulation ordnungsgetreues Verhalten

Die Wirkungskette des Heißrubbels beginnt für ordnungsgetreues Verhalten mit der Entstehung einer initialen Verwellung der Bremsscheibe. In den bisherigen Simulationsmodellen dieser Arbeit wurde dieser erste Schritt der Wirkungskette nicht betrachtet, sondern primär die Auswirkungen einer verwellten Bremsscheibe.

Die Analyse der Messdaten für das Referenzsystem hat für die dominanten Ordnungen des Heißrubbels drei Bänder in unterschiedlichen Ordnungen identifiziert und auch weitere Eigenschaften, wie z.B. deren Unabhängigkeit, aufgezeigt. Vor allem aber wurde ordnungsgetreues Verhalten für zwei dieser Bänder und ein frequenzgetreues Verhalten für das dritte Band festgestellt. Dieses Kapitel beschäftigt sich dabei mit der Simulation des ordnungsgetreuen Verhaltens, während sich Kapitel 7 der Entstehung von frequenzgetreuem Verhalten widmet.

Für das ordnungsgetreue Verhalten stehen die Bildung der initialen Verwellung, das Wachstum von SRO unter thermischer Last, sowie Einflussfaktoren im Vordergrund und auch eine Überprüfung der Vereinbarkeit zu der vorhandenen Wirkungskette wird durchgeführt.

### 6.1 Simulation von thermischer Last

Entsprechend der Wirkungskette entstehen initiale Verformungen der Bremsscheibe während des Bremsvorganges unter thermischer Last. Die erzeugte Reibleistung wird an beiden Reibringen in die Bremsscheibe eingeleitet und verteilt sich in Abhängigkeit von der Geometrie und Wärmeleitung in der Bremsscheibe. Die resultierende thermische Ausdehnung sorgt für eine Verformung der Bremsscheibe. In Kombination mit Temperaturgradienten in unterschiedliche Richtungen entstehen zudem Spannungen in der Bremsscheibe. In diesem Abschnitt werden zunächst die Modellierung der Bremsscheibe, ein typischer Lastfall, sowie die entstehende Temperatur- und Spannungsverteilung in der Bremsscheibe betrachtet.

#### 6.1.1 Modellierung Bremsscheibe

Im Gegensatz zu der zuvor vorgestellten MKS-Modellierung der Bremsscheibe ermöglicht es ein Finite-Elemente-Modell, das thermische und elastische Verhalten der Bremsscheibe gekoppelt zu betrachten. Hinzu kommt, dass auch die Geometrie der Bremsscheibe in der Finite-Elemente-Methode detailliert Beachtung findet. Aus diesem Grund

wird in diesem und in folgenden Kapiteln die Methode der Finite-Elemente für die Modellierung der Bremsscheibe und des Bremssystems verwendet.

Die Bremsscheibe wird mit einem Finite-Elemente-Modell abgebildet, wie es in Abbildung 50 dargestellt ist. Dabei werden vorrangig Hexaeder-Elemente der zweiten Ordnung mit einer max. Größe von 4 mm verwendet. Bei diesen Elementen handelt es sich um Elemente, die neben den mechanischen Größen auch die thermischen Freiheitsgrade abbilden. In C3D20T Elementen in Abaqus ist dabei die Verschiebung der Knoten durch quadratische Ansatzfunktionen abgebildet und die Temperatur mit linearen Ansatzfunktionen in die drei Raumrichtungen. Die Rippen werden ebenfalls mit Hexaeder-Elementen der zweiten Ordnung modelliert und fest mit den Reibringen verbunden. Die Anlageflächen des Bremstopfes zur Nabe und zur Felge sind jeweils in alle Raumrichtungen fixiert.

Mittels einer vollständig gekoppelten Berechnung werden die Gleichungen für Verformungen und die Temperaturen in jedem Berechnungsschritt simultan gelöst. Dies ist eine komplexere Umsetzung als in vielen Literaturquellen zum Thema Schirmungssimulation.

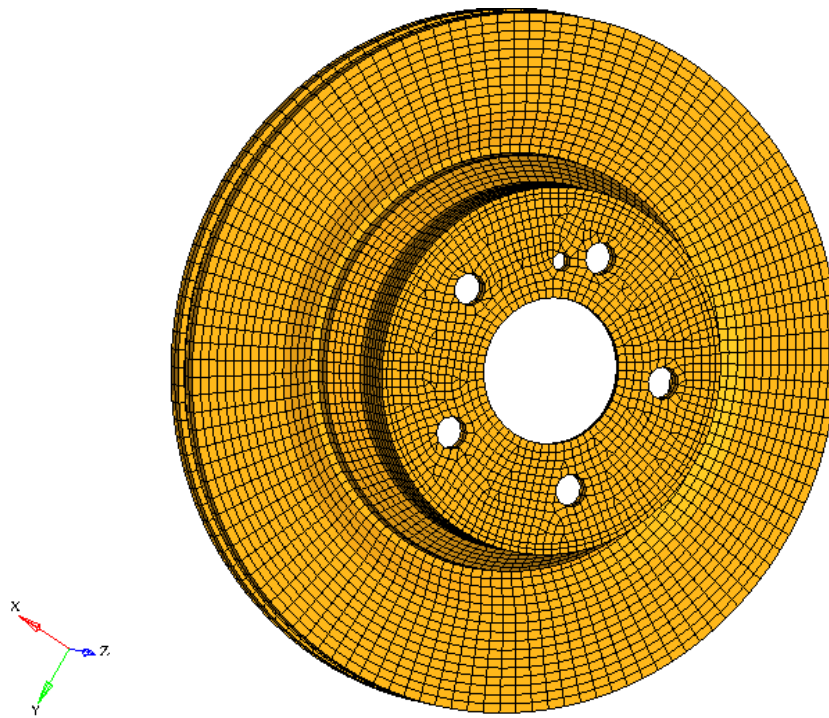


Abbildung 50: Vernetzung der Bremsscheibe des Referenzbremssystems

Der durch die Reibung entstandene Wärmestrom wird, sofern im Folgenden nicht anders beschrieben, auf der gesamten Fläche der Reibringe gleichmäßig eingebracht. Die Starttemperatur der Bremsscheibe beträgt 20°C. Konvektion und Wärmestrahlung werden vernachlässigt, da während der Bremsungen der zugeführte Wärmestrom und die Wärmeleitung die Temperaturverteilung dominieren und ausschließlich einzelne Bremsungen ohne längere Abkühlphasen betrachtet werden.

### 6.1.2 Thermische Belastung

Während eines Bremsvorganges wird die kinetische Energie eines Fahrzeuges abgebaut und in Reibungswärme umgewandelt. Unter der Annahme, dass dieser Energieabbau ausschließlich über das Bremssystem erfolgt, wird die an jedem Bremssystem umgesetzte Energie berechnet.

Wird die gesamte Energie in die Bremsscheibe geleitet, so ergibt sich die mittlere Wärmestromdichte nach Gleichung (24) zu:

$$q_m = \frac{E_{kin} b_{Brems}}{4A_R \Delta t} = \frac{\frac{1}{2} m v_{start}^2 b_{Brems}}{4(r_a^2 - r_i^2) \pi \frac{v_{start}}{a}} \quad (24)$$

Für das Referenzsystem gelten dabei für eine Stoppbremsung aus  $v_{start} = 0,9 \cdot v_{max}$  Werte aus Tabelle 8.

$v_{start}$	$m$	$b_{Brems}$	$a$	$A_R$	$q_m$
$62,5 \frac{m}{s}$	2586 kg	35 %	$7,85 \frac{m}{s^2}$	$0,0461 m^2$	$1203 \frac{kW}{m^2}$

Tabelle 8: relevante Größen für die Berechnung des Wärmestromes in die Bremsscheibe

Wird eine Stoppbremsung mit diesen Parametern durchgeführt und der Wärmestrom gleichmäßig auf beide Reibringoberflächen verteilt, so ergibt sich in dem Finite-Elemente-Modell nach 7 s Bremsdauer eine Temperaturverteilung, wie sie in Abbildung 51 zu sehen ist. Es entstehen dabei Temperaturgradienten in axialer und radialer Richtung durch die Geometrie und die Wärmeleitung der Bremsscheibe.

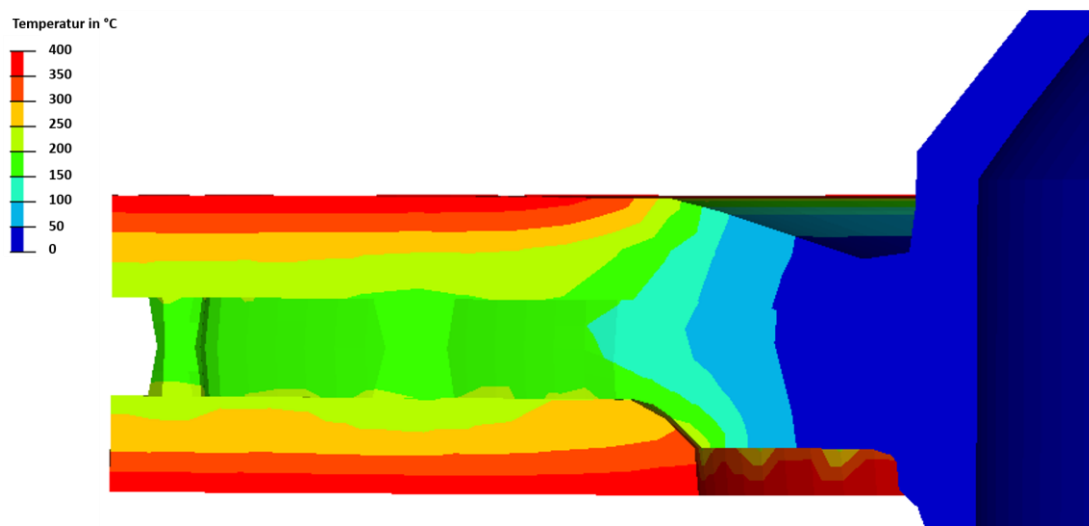


Abbildung 51: Temperaturverteilung in der Bremsscheibe bei uniformem Wärmestrom



### 6.1.3 Verformung der Bremsscheibe durch thermische Last

Temperaturgradienten innerhalb der Bremsscheibe entstehen in axialer Richtung unter anderem durch die Wärmezufuhr an den beiden Reibringen und die Wärmeleitung. In radialer Richtung entstehen Temperaturgradienten vor allem über die Geometrie der Bremsscheibe oder einen nicht-uniformen Wärmestrom, z.B. durch radial unterschiedlichen Anpressdruck des Bremsbelages.

Mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode kann die Verformung der Bremsscheibe unter Berücksichtigung der Bremsscheibengeometrie berechnet werden. Auslöser für die Verformung der Bremsscheibe ist dabei wiederum die thermische Ausdehnung des Materials unter Veränderungen der Temperatur. Eine spannungsfreie Ausdehnung der Bremsscheibe ist jedoch durch die Anbindung am Bremsstopf nicht möglich.

Für die Bremsscheibe des Referenzsystems ergeben sich für eine Stoppbremmung Spannungen innerhalb des Reibringes, wie in Abbildung 52 dargestellt. Trotz der gleichen Wärmezufuhr in beide Reibringe ist aufgrund der Geometrie der Bremsscheibe und der Wärmeleitung die Verteilung der Spannungen zwischen dem inneren und dem äußeren Reibring unterschiedlich.

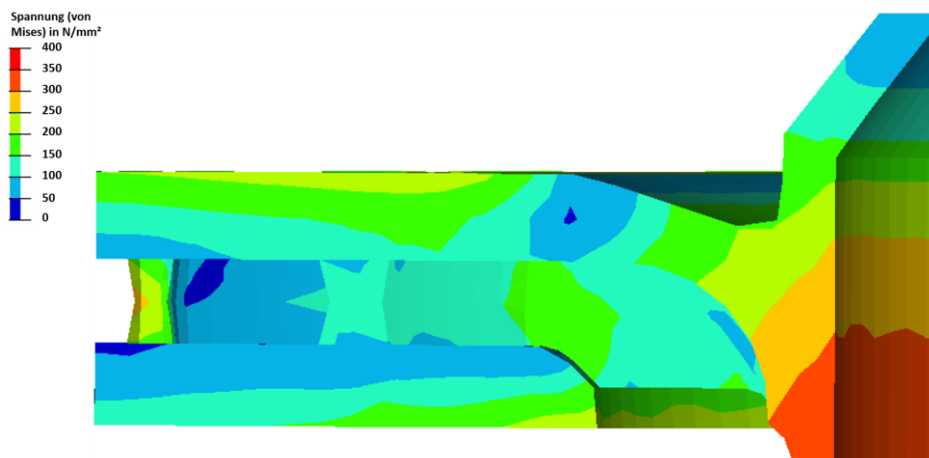


Abbildung 52: Spannungsverteilung (Betrag) innerhalb der Bremsscheibe

Es entsteht bei uniformer Wärmeeinleitung in die beiden Reibringe der Bremsscheibe durch die thermische Ausdehnung eine Verformung in axiale Richtung. Diese Verformung besteht hauptsächlich aus der Schirmung der Bremsscheibe, siehe Schnittbild in Abbildung 53. Dabei ist die axiale Verformung über den Umfang bis auf Veränderungen der Bremsscheibendicke in der Ordnung der Kühlrippen gleich.

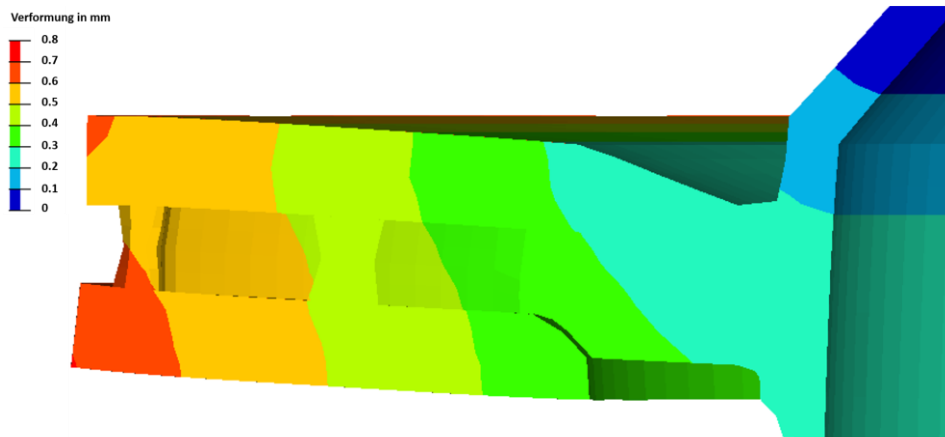


Abbildung 53: Verformung (vor allem Schirmung) der Bremsscheibe durch thermische Last

Die Verteilung des Wärmestroms in die Bremsscheibe hinein ist allerdings in Realität nicht uniform, sondern u.a. abhängig von der Geometrie der Bremsscheibe, der lokalen Relativgeschwindigkeit zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag, der Verteilung des Anpressdrucks im Kontaktbereich und dem Reibwert. Dennoch bewirkt keine der über den Umfang uniformen Wärmelasten ein Wachstum von SRO in den Ordnungen der ersten beiden Bänder.

## 6.2 Wachstum von SRO unter periodischen Lasten

### 6.2.1 Verformung bei unterschiedlichen Anregungsordnungen

Der Entstehungsprozess von Heißrubbeln beinhaltet den Wachstumsprozess von SRO nach einer initialen Störung des Systems. Diese Störung kann, z.B. durch geometrische Fehler entstehen oder aber auch durch Schwankungen im Bremsdruck- oder Reibwertverlauf.

Für den Wachstumsprozess des SRO ist jedoch mitentscheidend, wie stark das SRO bei thermischer Belastung in der jeweiligen Ordnung wächst. Diese Untersuchung erfolgt anhand der Bremsscheibe des Referenzsystems mit einem variablen Wärmestrom in verschiedenen Ordnungen.

Die Bremsscheibe wird mit einer mittleren Wärmestromdichte von  $500 \text{ mW/mm}^2$  und einer Schwankung in der jeweiligen Ordnung von 2 % des Mittelwertes belastet. Die Wärmestromdichte

$$q = q_m + 0,02q_m \sin(n\varphi) \quad (25)$$

ist somit in Umfangsrichtung periodisch und in radialer Richtung uniform.

Die Auswertung der axialen Verformung der Bremsscheibe findet nach 3 s statt. Die Bremsscheibe weist zu diesem Zeitpunkt für alle Ordnungen die gleiche mittlere Temperatur und auch vergleichbare Schwankungen der Temperatur von ca. 3 °C auf. Die Verteilung der Temperatur auf der äußeren Reibfläche ist für die 9. Ordnung exemplarisch in Abbildung 54 zu sehen. Obwohl radial überall die gleiche Wärmestromdichte aufgebracht wird, bildet sich aufgrund der unterschiedlichen Wärmeleitung eine radial ungleichmäßige Verteilung der Temperatur in der 9. Ordnung.

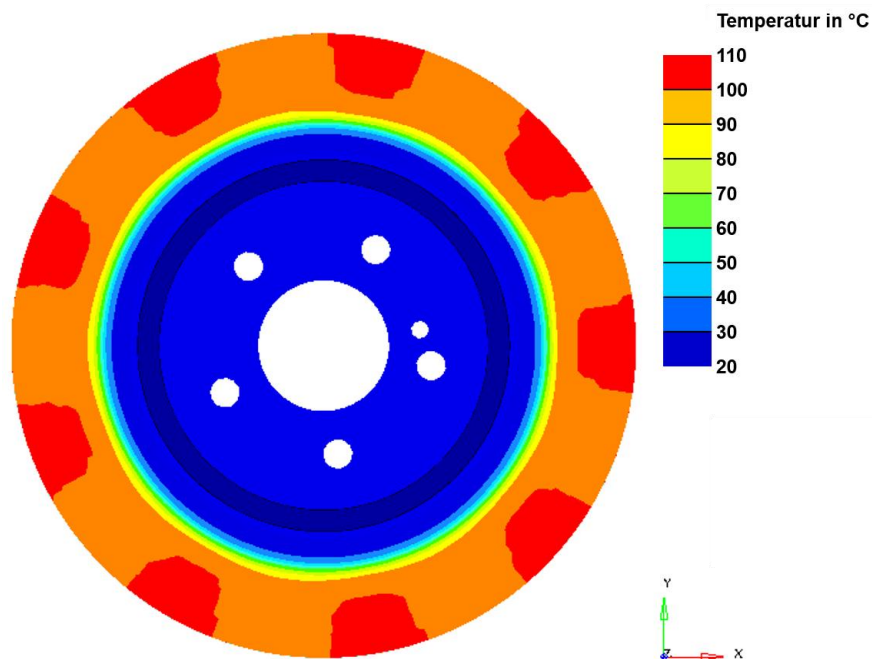


Abbildung 54: Temperaturprofil der Bremsscheibe bei periodischem Wärmestrom

Bei dem radial uniformen Wärmestrom zeigt sich, wie in Abbildung 55 im linken Diagramm zu sehen, unterschiedliches Wachstum des SRO in den verschiedenen Ordnungen. Das SRO in der 3. Ordnung ist das klare globale Maximum für das Wachstum durch eine thermische Anregung in der jeweiligen Ordnung.

In den höheren Ordnungen fällt das Wachstum des SRO zunächst stark und dann immer schwächer ab. Für beinahe alle Ordnungen ist das resultierende SRO monoton fallend bei höherer Ordnung. Einzig die 9. Ordnung stellt ein lokales Maximum für das SRO in den höheren Ordnungen dar.

Für einen radial uniformen Wärmestrom wächst somit die 3. Ordnung bei einer Anregung durch Temperaturschwankungen am schnellsten und ist damit eine der bevorzugten Verformungsordnungen dieser Bremsscheibe. Dies gilt mit Abstrichen und einer Einschränkung auf die höheren Ordnungen auch für die 9. Ordnung.

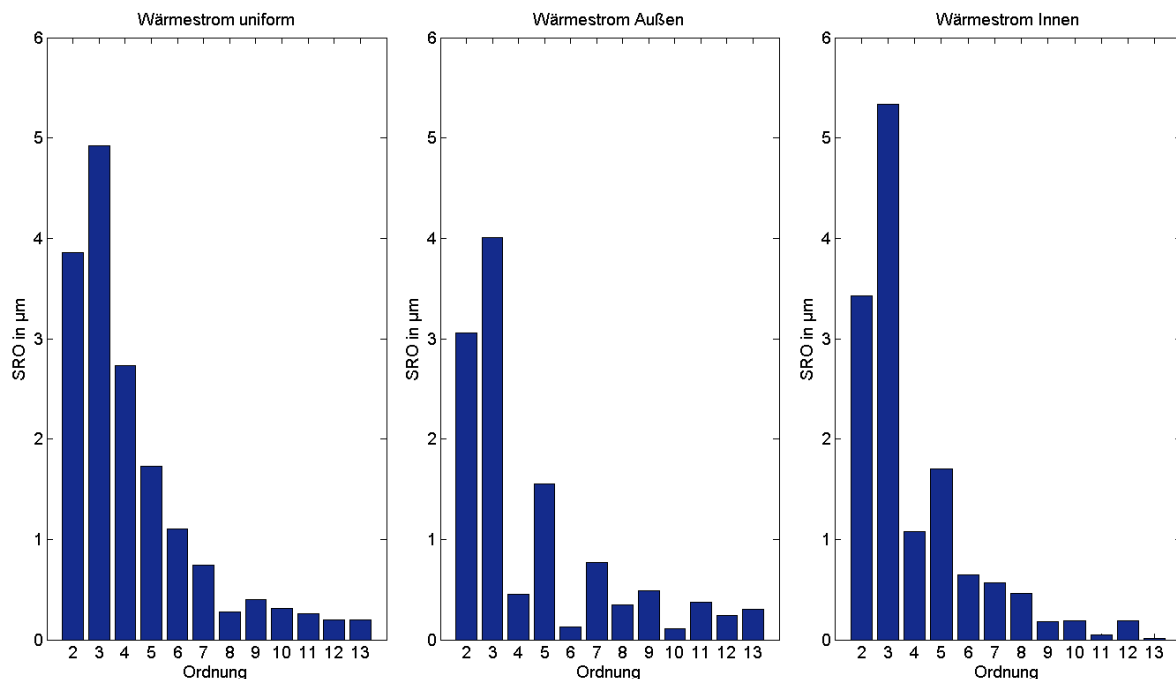


Abbildung 55: Wachstum des SRO bei Anregung durch periodischem Wärmestrom in unterschiedlichen Ordnungen

Wird der Wärmestrom nun auf die radial äußere Hälfte der Reibfläche aufgebracht, so bleibt nach Abbildung 55 die 3. Ordnung ebenso das globale Maximum. Es ergibt sich allerdings in den höheren Ordnungen ein Wachstum des SRO mit mehreren lokalen Maxima für ungerade Ordnungen. Im Bereich des zweiten Bandes sind somit die 9. und die 11. Ordnung lokale Maxima.

Bei einer Belastung der Bremsscheibe nur auf der radial inneren Hälfte der Reibfläche ist ebenfalls das SRO in der 3. Ordnung dominant, wie in Abbildung 55 auf der rechten Seite dargestellt. In den höheren Ordnungen stellt das Wachstum in der 12. Ordnung ein lokales Maximum dar.

Insgesamt weist somit die 3. Ordnung für alle drei Belastungsfälle das größte Wachstum des SRO auf. In den höheren Ordnungen gibt es je nach Ort des Wärmestromes noch lokale Maxima mit wechselnder Ordnung. Innerhalb der Ordnungen des zweiten Bandes erweist sich dabei die 9. bzw. 12. Ordnung als bevorzugte Wachstumsordnungen.

Die Untersuchung des Wachstums von SRO bei unterschiedlichen periodischen Wärmeströmen zeigt, dass die Bremsscheibe in einigen der Ordnungen ein erhöhtes Wachstum hat.

### 6.2.2 Optimierung der Bremsscheibengeometrie

Wie aus Simulation und experimentellen Versuchen für das in dieser Arbeit untersuchte Referenzsystem hervorgeht, gibt es nicht nur eine dominante Ordnung für eine Bremsscheibe, sondern es kommt in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern zu unterschiedlichen Ordnungen im SRO.

Die Bremsscheibengeometrie sollte im Entwicklungsprozess idealerweise so optimiert werden können, dass der Wachstumsprozess aller relevanten Ordnungen möglichst eingeschränkt wird.

Die axiale Verformung einer Bremsscheibe wird in der heutigen Entwicklung jedoch zu- meist nur mit der Schirmung der Bremsscheibe charakterisiert und anhand dieser Größe werden Auslegung und Optimierung der Geometrie vorgenommen. Andere Ordnungen des SRO werden bei einer geometrischen Optimierung der Bremsscheibe in der Regel nicht einbezogen.

In der Wirkungskette des Heißrubbels ist ersichtlich, dass nach der initialen Verwellung durch die nicht mehr homogene Reibleistung in die Bremsscheibe ein Wachstum von SRO und auch DTV stattfindet. Eine Reduktion dieses Wachstums kann das Wachstum von BTV, BPV und auch von Hotspots verlangsamen und somit die Komforteinbußen für den Fahrer während der Bremsung mindern.

Unklar ist bislang, ob für alle Bremsscheiben eine Minimierung der Schirmung auch eine Reduzierung des SRO bei inhomogenem Wärmestrom nach sich zieht. Die Hypothese, dass dieser Sachverhalt zutrifft, ergibt sich jedoch aus Simulationen der Fachliteratur.<sup>94</sup> Um diese Frage zu untersuchen, wird der Einfluss von geometrischen Parametern auf das Wachstum des SRO für drei beispielhafte Ordnungen verglichen. Zu diesem Zweck wird jeweils aus dem ersten Band und aus dem zweiten Band eine Ordnung ausgewählt. Für das erste Band wird die 2. Ordnung ausgewählt, da diese Ordnung zum einen bei geometrischen Fehlern der Bremsscheibe auftreten kann<sup>95</sup> und zum anderen auch ein vergleichbar hohes Wachstum bei der Untersuchung im vorherigen Kapitel aufweist. Es wird dazu die 9. Ordnung aus dem zweiten Band ausgewählt, da sie zum einen ein lokales Maximum für das SRO-Wachstum darstellen kann und zum anderen auch in den Messwerten häufig auftritt.

Die Untersuchung erfolgt anhand 40 verschiedener Ausprägungen mit Variationen des Außendurchmessers, des Durchmessers des „kalten Rings“, der Dicke des inneren und des äußeren Reibringes sowie der gesamten Reibringdicke. Die individuelle Dickenänderung des inneren und äußeren Reibrings erfolgt dabei jeweils in Richtung Kühlkanal. Die

---

<sup>94</sup> Jung, S.P. et al.: A Study on Thermal Characteristic Analysis and Shape Optimization ... (2012)

<sup>95</sup> Schlitz, H.: Braking comfort checks on the inertia dynamometer, S. 693-713, (2016)

Dickenänderung der gesamten Bremsscheibe erfolgt nach außen bei gleichbleibendem Kühlkanal. Die Auswahl der Testausprägungen erfolgt mittels eines Latin Hypercube Sampling der Software Optislang, um eine möglichst breite Verteilung der unterschiedlichen Parameter zu bekommen. Entsprechend Tabelle 9 werden die Parameter in ihrem Wertebereich mit einer uniformen Verteilung um das Nominalmaß der Bremsscheibe variiert.

Parameter	Wertebereich	Bemerkung
Außendurchmesser	0 mm bis 16 mm	
Dicke Reibring innen	-2 mm bis +2 mm	
Dicke Reibring außen	-2 mm bis +2 mm	
Dicke Reibring gesamt	-4 mm bis +4 mm	jeweils +/- 2 mm an jeder Reibfläche
Kalter Ring	-2 mm bis +2 mm	Innenradius des kalten Ringes

Tabelle 9: Geometrische Parameter zur Optimierung der axialen Verformung der Bremsscheibe

Als Last wird auf die Bremsscheibe eine Wärmestromdichte mit 5 % Schwankung um den uniformen Mittelwert in der 2. und 9. Ordnung aufgebracht und das SRO in der jeweiligen Ordnung nach 5 s ausgewertet. Die Schwankung entspricht dabei einer bereits vorhandenen BTV von 10 Nm bei einem mittleren Bremsmoment von 200 Nm.

Für einen Parameter, die Variation der Bremsscheibendicke, ist der Zusammenhang mit dem SRO der 9. Ordnung in Abbildung 56 dargestellt. Die Variation der Bremsscheibendicke ist dabei auf den Bereich von  $[-1,1]$  skaliert und die Veränderungen der restlichen Parameter werden ausgeblendet.

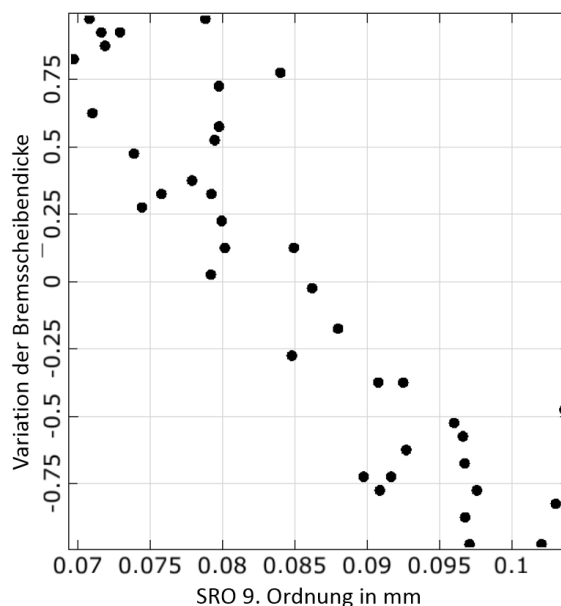


Abbildung 56: Normierte Variation der Gesamtdicke der Bremsscheibe auf die SRO-Amplitude der 9. Ordnung

Es zeigt sich für die 9. Ordnung eine negative Korrelation der Gesamtdicke der Brems-scheibe mit dem SRO. Der lineare Korrelationskoeffizient ist dabei mit  $R^2 = -0,9$  sehr hoch. Über eine Variation der Bremsscheibendicke um  $\pm 4$  mm kann somit bei gleichem Lastfall die resultierende SRO-Amplitude der 9. Ordnung zwischen  $69 \mu\text{m}$  und  $103 \mu\text{m}$  verändert werden.

Für alle variierten Parameter wird der lineare Korrelationskoeffizient zwischen der Parametervariation und dem resultierenden SRO ausgewertet. Die grafische Darstellung dieser Auswertung erfolgt in Abbildung 57. Die dominanten Einflussfaktoren mit Korrelationskoeffizienten mit einem Betrag größer 0,5 werden in der Darstellung farblich hervorgehoben.

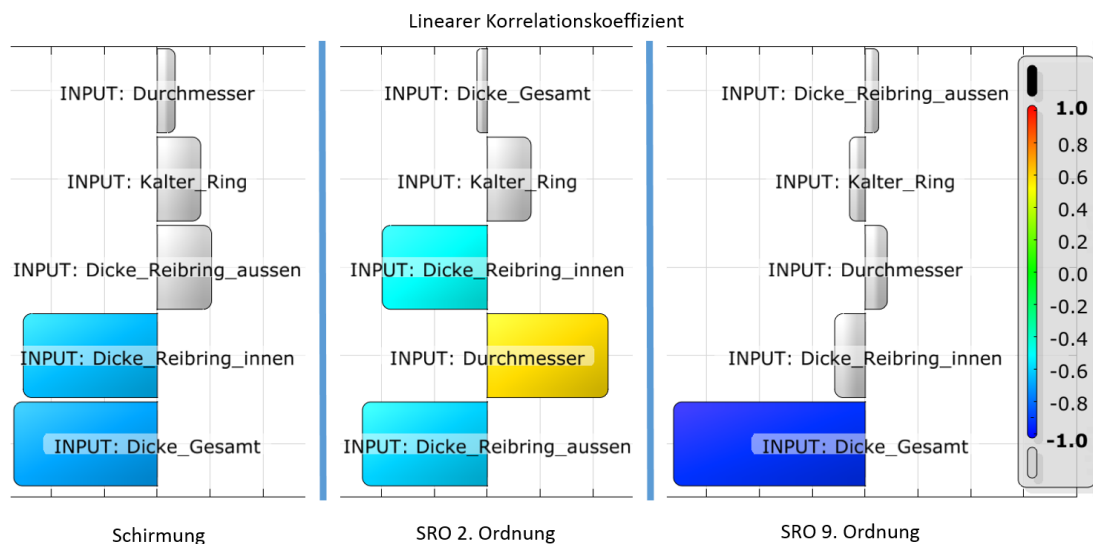


Abbildung 57: Lineare Korrelationskoeffizienten für Parametereinflüsse auf SRO

Für die Schirmung der untersuchten Brems-scheibe zeigen vor allem die Gesamtdicke und die Dicke des inneren Reibringes den größten Einfluss mit einer negativen Korrelation. Diese beiden Parameter stellen somit auch die wirksamsten Stellhebel dar, um die Schirmung zu reduzieren. Darüber hinaus bewirken die Aufdickung des äußeren Reibringes und eine Verkleinerung des kalten Ringes eine Erhöhung der Schirmung. Diese Parameter und deren Einflüsse spiegeln auch die im Alltag erprobten Optimierungsmöglichkeiten für Schirmung wieder.

Im Gegensatz zu der Schirmung ist das SRO der 2. Ordnung von drei Parametern maßgeblich beeinflusst. Die Dicke der beiden Reibringe wirkt sich jeweils einzeln reduzierend auf das SRO aus, während die Variation der Gesamtdicke keine Korrelation mit dem SRO zeigt. Eine positive Korrelation mit dem SRO in der 2. Ordnung zeigt der Außendurchmesser und, wie bereits bei der Schirmung, die Verkleinerung des kalten Rings.

Das SRO der 9. Ordnung hat einen großen Einflussfaktor in der Gesamtdicke der Brems-scheibe. Diese weist eine starke, negative Korrelation mit dem SRO auf und kann damit

genutzt werden, um axiale Verformungen in der 9. Ordnung zu mindern. Die weiteren Parameter der Bremsscheibe zeigen nur eine geringe Korrelation mit der 9. Ordnung.

Die drei untersuchten axialen Verformungen weisen jeweils eine unterschiedliche Anzahl von dominanten Einflussfaktoren auf. Diese Parameter haben teilweise eine vergleichbare Wirkung, wie z.B., dass der Einfluss der Dicke des inneren Reibringes sowohl mit der Schirmung als auch dem SRO in der 2. Ordnung positiv korreliert ist. Dies ist jedoch nicht immer der Fall und daher lässt sich schließen, dass eine Reduzierung der Schirmung nicht zwangsläufig auch die Tendenz der Bremsscheibe zu axialen Verformungen in höheren Ordnungen reduziert. Durch die unterschiedliche Wirkung der einzelnen Parameter ist es allerdings für die untersuchten Ordnungen möglich, das Wachstum von SRO bei periodischem Wärmestrom in den einzelnen Ordnungen unabhängig voneinander zu reduzieren.

### **6.3 Initiale Verwellung durch Fehler in der Geometrie**

Die Bremsscheibe basiert für die bisherigen Analysen auf der CAD-Geometrie. Diese hat keine Abweichung von der idealen Geometrie. Somit bildet sich aufgrund der perfekten Symmetrie kein SRO außer in der Ordnung der Kühlkanäle bei uniformem Wärmestrom aus.

Bei der Fertigung realer Bremsscheiben gibt es allerdings Abweichungen von dieser idealen Geometrie und für viele dieser geometrischen Fehler werden daher in der Zeichnung der Bauteile Toleranzbereiche aufgeführt. In diesem Abschnitt wird der Einfluss der geometrischen Fehler auf die Verformung der Bremsscheiben unter thermischer Last und das resultierende SRO näher untersucht.

#### **6.3.1 SRO durch variable Reibringdicken**

Eine Abweichung in der Gesamtdicke der Bremsscheibe über dem Umlauf entspricht einem Bremsscheiben-DTV und ist aufgrund der unmittelbaren Wirkung auf Kaltrubbeln mit Toleranzen von weniger als 10  $\mu\text{m}$  versehen.

Die Dicke der einzelnen Reibringe bzw. die Dicke des Kühlkanals hingegen ist mit weniger genauen Toleranzen versehen.



Messungen in der Fachliteratur<sup>96</sup> zeigen, dass die Reibringdicke der Bremsscheibe innerhalb der Toleranzen stark variieren kann. In der Untersuchung einer Bremsscheibe wurde der angebundene Reibring in jeweils 0,2 mm Schichten mit einer Fräsmaschine abgetragen. Es zeigt sich in Abbildung 58 ein inhomogenes Bild der Reibringdicke durch das unterschiedliche Auftreten des Kühlkanals. Die max. Abweichung für den äußeren Radius der Bremsscheibe beträgt dabei ca. 0,6 mm und über den gesamten Kühlkanal ca. 1,0-1,2 mm.

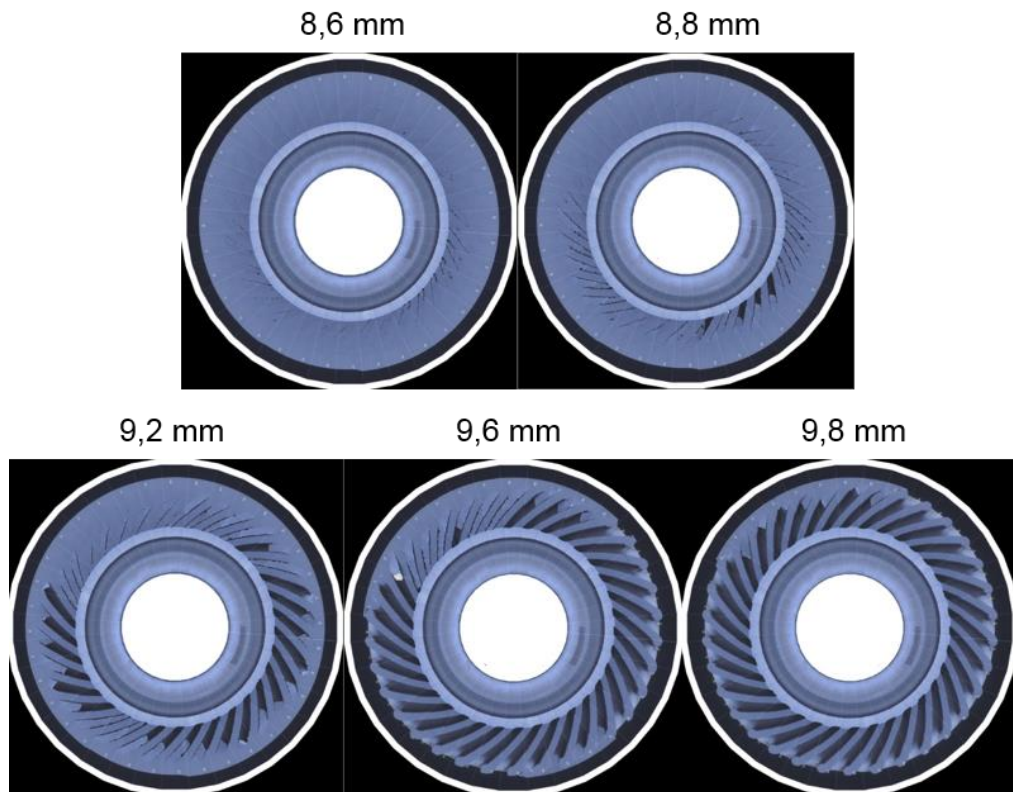


Abbildung 58: Abgedrehte Reibringgeometrie für Frästiefen von 8,6 – 9,8 mm<sup>96</sup>

Unterschiede in den Reibringdicken können z.B. durch einen schiefen Gusskern entstehen. Eine schematische Darstellung dieser Abweichung ist in Abbildung 59 zu sehen.

<sup>96</sup> Schlitz, H.: Braking comfort checks on the inertia dynamometer (2016), S. 693-713

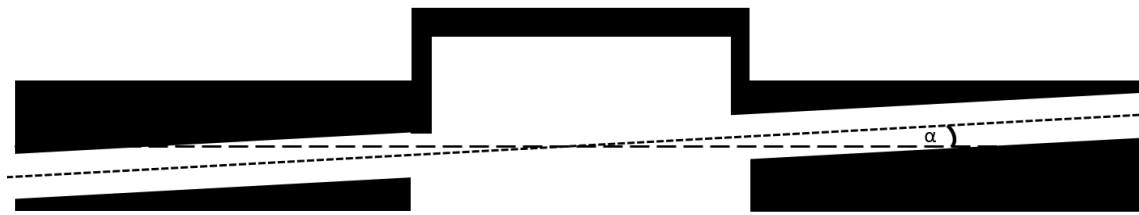


Abbildung 59: Schematische Darstellung eines schiefen Kühlkanals

Wird eine so gefertigte Bremsscheibe während des Bremsvorgangs erhitzt, kann es durch die im Vergleich zur perfekten Geometrie des CAD veränderten Massenverhältnisses zu Inhomogenität einerseits in der Temperaturverteilung und andererseits in der thermischen Ausdehnung der Bremsscheibe kommen.

Die resultierende Verformung der Bremsscheibe in axialer Richtung entspricht dabei einem SRO der Bremsscheibe in der 1. Ordnung. In dem Fall einer Schiefstellung des Kerns um  $0,1^\circ$  ist die resultierende Auslenkung am Außenradius jeweils  $\pm 0,27$  mm. Nach einer Bremsdauer von 7 s mit  $q_m = 1,5 \text{ W/mm}^2$  entsteht für diese Bremsscheibe ein SRO in der 1. Ordnung von ca.  $15 \text{ }\mu\text{m}$ . Die Dicke der Bremsscheibe wird dadurch in dem Lastfall einer einzelnen Stoppbremsung in nur geringem Maße beeinflusst, so dass die unterschiedliche Dickenveränderung der Rippen weiterhin die dominante Ordnung definiert.

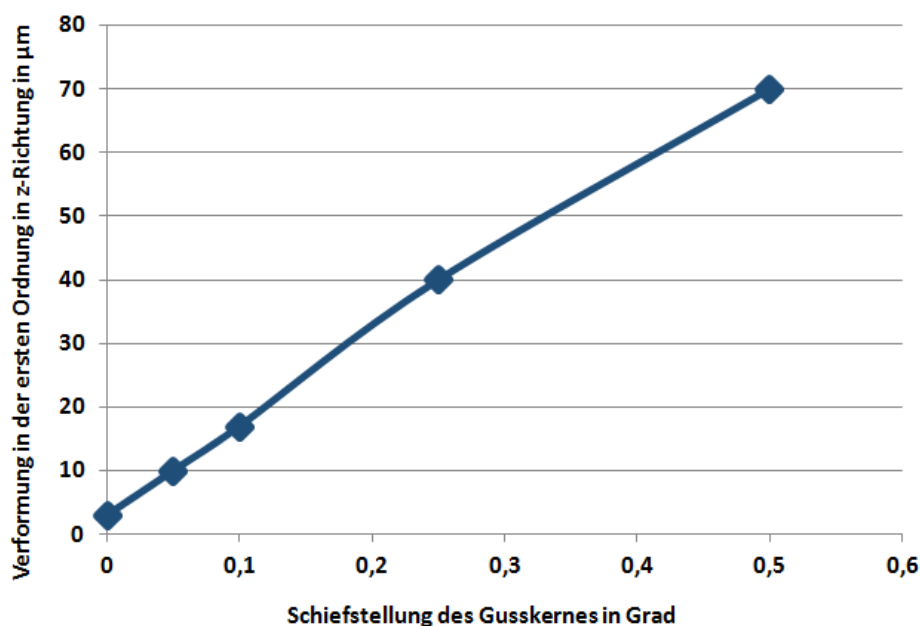


Abbildung 60: SRO nach einer Stoppbremsung in Abhängigkeit von Schiefstellung des Gusskerns

Der Einfluss einer Schiefstellung des Gusskerns auf die Verformung der Bremsscheibe unter thermischer Last wird anhand verschiedener Ausprägungen einer Kernschiefstellung untersucht. Es wird dabei eine Schiefstellung des Kerns mit unterschiedlichen Winkeln in das Modell eingebracht und anschließend mit dem gleichen Lastfall berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 60 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Verformung für

den dargestellten Lastfall linear mit dem Winkel der Schiefstellung wächst. Dabei ist festzuhalten, dass für die untersuchte Scheibe mit einem Außendurchmesser von 320 mm bereits ein Winkel von  $0,15^\circ$  zu einer Verletzung der Fertigungstoleranzen führt. Eine solche Schiefstellung an der Grenze der tolerierten Fehler führt innerhalb einer einzelnen Bremsung zu einem SRO in der 1. Ordnung von  $25\text{ }\mu\text{m}$  und kann so den Wachstumsprozess der Verwellung initiieren.

Eine Schiefstellung des Gusskernes und somit auch des Kühlkanals ist jedoch nur eine mögliche Art von Fehlern in der Kühlkanalgeometrie. So wurden nicht nur beim Abdrehen von Bremsscheiben, sondern auch bei einer optischen Vermessung der Kühlkanalbreite von außen in der Fachliteratur festgestellt, dass auch diese Schwankungen aufweist.<sup>97</sup> Abbildung 61 zeigt die resultierende Kühlkanalbreite am Außenradius in überlagerter 1. und 2. Ordnung.

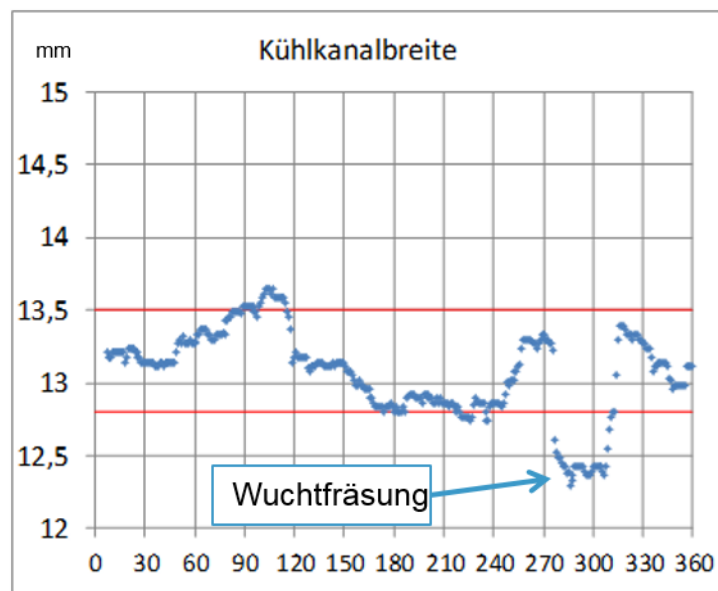


Abbildung 61: Dicke eines Kühlkanals bei optischer Vermessung<sup>97</sup>

Eine Variation der Reibringdicken mit einer Dickenvariation von  $0,5\text{ mm}$  in der 2. Ordnung führt zu SRO in der 2. Ordnung. Das maximale SRO bei einer Stoppbremsung in dem Finite-Elemente-Modell ist dabei  $10\text{ }\mu\text{m}$ . Auch diese Verwellung der Bremsscheibe entsteht für uniformen Wärmestrom durch die unterschiedlichen Massen- und Steifigkeitsverhältnisse und kann als initiale Verwellung Heißrubbeln auslösen.

Neben den dominanten 1. und 2. Ordnungen wurden bisher noch keine höheren Ordnungen beobachtet, weshalb zunächst angenommen wird, dass die Auftretenswahrscheinlichkeit für solche höheren Ordnungen in der Kühlkanalbreite gering ist.

<sup>97</sup> Schlitz, H.: Braking comfort checks on the inertia dynamometer (2016), S. 693-713

### 6.3.2 Unwucht

Die Unwucht einer Bremsscheibe ist ebenfalls ein produktionsbedingter Fehler, sie wird allerdings im Gegensatz zu Dickenschwankungen des Kühlkanals für jede Bremsscheibe gemessen und größtenteils durch Auswuchten behoben. Dieses Auswuchten geschieht durch Materialabtragung an der sog. Wuchtfräsung am äußeren Rand der beiden Reibringe.

Die Unwuchtkraft eines Rotors berechnet sich mittels

$$F_{\text{Unwucht}} = m \cdot e \cdot \omega^2 \quad (26)$$

Dabei sind  $m$  die Masse,  $e$  die Exzentrizität und  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Rotors. Über eine Messung der Unwuchtkraft kann die Größe der Wuchtfräsung für jede Bremsscheibe berechnet werden. Die Wuchtfräsung behebt somit eine geometrische Inhomogenität durch eine zweite. Dabei findet nur eine Minimierung der Unwuchtkraft statt, nicht jedoch der Inhomogenität der Steifigkeitsverteilung.

Um den Einfluss einer Unwucht und der damit verbundenen Wuchtfräsung unabhängig von Reibringdicken zu untersuchen, wird die Annahme getroffen, dass die gesamte Unwucht der Bremsscheibe durch eine Verschiebung der Kühlrippen zustande kommt. Die Kühlrippen werden dafür, vergleichbar der Darstellung in Abbildung 62, um 1 mm in x-Richtung verschoben. Um die dadurch entstandene Unwucht auszugleichen, wird eine Wuchtfräsung im Finite-Elemente-Modell eingebracht.

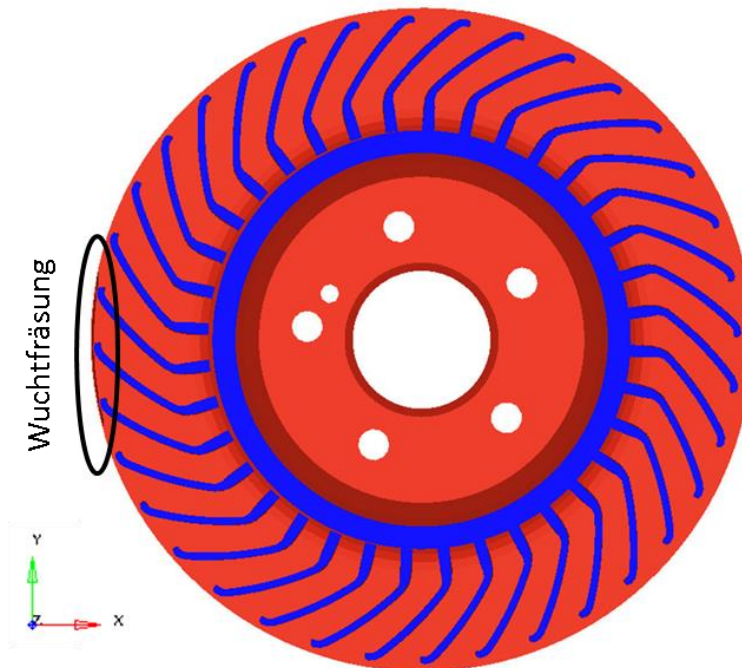


Abbildung 62: Schematische Darstellung der verschobenen Kühlrippen zur Generierung von Unwucht

Wird die Bremscheibe mit uniformem Wärmestrom von  $q_m = 1500 \text{ mW/mm}^2$  belastet, so entwickelt sich durch die ungleiche Verteilung der Masse und Steifigkeit eine Verformung mit einer dominanten 1. Ordnung und überlagerter 2. Ordnung. Die erhitzte Bremscheibe weist dabei ein gesamtes SRO von  $110 \text{ }\mu\text{m}$  auf. Diese Verformung entsteht durch die ungleichmäßige thermische Ausdehnung der Bremscheibe und ist bereits nach einer einzelnen Bremsung um ein Vielfaches größer als die Produktionstoleranz der Bremscheibe.

Da es sich bei der Unwucht und der Wuchtfräsung um zwei unterschiedlich positionierte Einflussgrößen handelt, werden neben einem uniformen Wärmestrom auch weitere Temperaturprofile betrachtet. Es werden vier Bänder auf dem Reibring definiert, in die der Wärmestrom fließt.

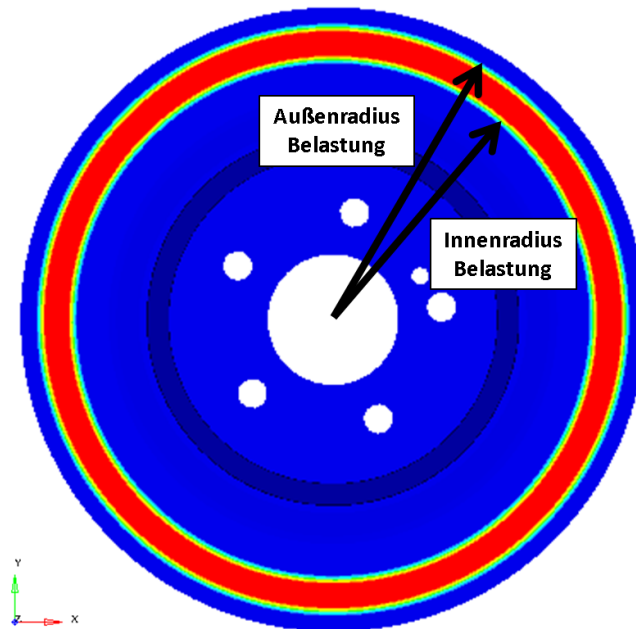


Abbildung 63: Schematische Darstellung eines Bandes für den Wärmestrom

Dabei handelt es sich einmal um den gesamten Reibring mit einem Innenradius von  $115 \text{ mm}$  und einem Außenradius von  $160 \text{ mm}$ . Zudem werden jeweils am Innen- und am Außenradius der Bremscheibe ein Band mit  $35 \text{ mm}$  Breite für den Wärmestrom betrachtet. Hinzu kommt ein dünneres Band mit  $25 \text{ mm}$  Breite und einer Positionierung  $10 \text{ mm}$  vom Außenring entfernt. Der Wärmestrom bleibt insgesamt gleich und damit wird die Wärmestromdichte entsprechend der Flächeninhalte skaliert. Mit diesen Varianten sind zum einen unterschiedliche Lagen eines vergleichbar breiten Bandes, als auch der Ein-

fluss von unterschiedlich breiten Bändern mit gleichem Innen- bzw. Außenradius abgedeckt. Die Breite von 35 mm für die beiden mittleren Varianten entspricht dabei auch den Werten von Fan.<sup>98</sup>

Variante	Innenradius der Belastung	Außenradius der Belastung	$q_m$	Dominante Ordnung	SRO gesamt
115_160	115 mm	160 mm	1,5 W/mm <sup>2</sup>	1	110 µm
115_140	115 mm	140 mm	2,9 W/mm <sup>2</sup>	1	150 µm
135_160	135 mm	160 mm	2,5 W/mm <sup>2</sup>	2	28 µm
135_150	135 mm	150 mm	4,3 W/mm <sup>2</sup>	2	30 µm

Tabelle 10: Belastungsvarianten für Verformungsanalyse der Bremsscheibe bei Unwucht

Das SRO für die Belastungen aus Tabelle 10 finden sich nach einer Simulationsdauer von 7 s auch in Abbildung 64. Es zeigt sich dabei, dass bei Belastungen am Innenrand der Bremsscheibe die 1. Ordnung dominant ist und bei Belastungen im Außenbereich der Bremsscheibe die 2. Ordnung dominiert. Dies ist in der jeweils unterschiedlichen Gewichtung der verschobenen Kühlrippen zu der Wuchtfräsung begründet. Wird ausschließlich der radial innere Teil der Bremsscheibe belastet, so entsteht durch die Massenverschiebung eine dominante 1. Ordnung. Wird der äußere Teil der Bremsscheibe belastet, so sorgt die Veränderung der Steifigkeit und der Masse durch die Wuchtfräsung in einem lokal begrenzten Bereich für eine erhöhte axiale Verformung. Diese führt zu einer dominanten Verformung der Bremsscheibe in der 2. Ordnung.

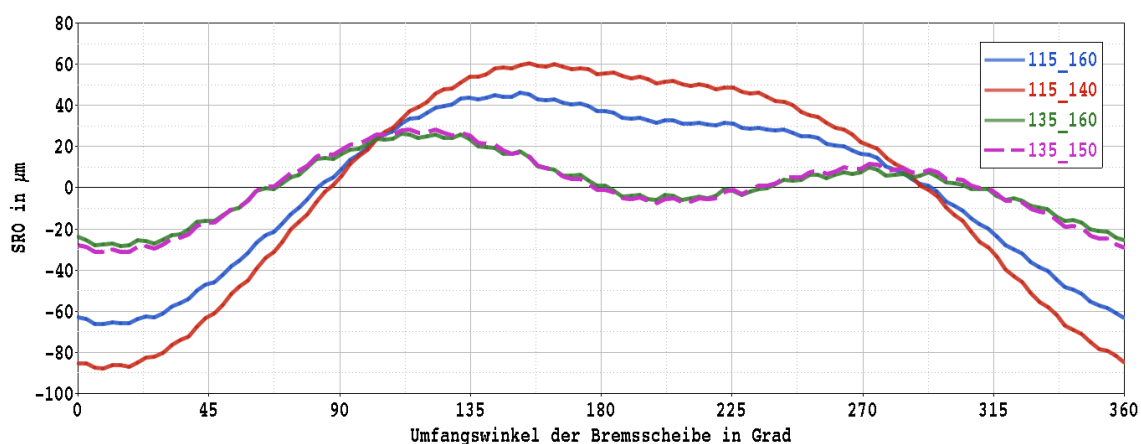


Abbildung 64: SRO für gewuchtete Bremsscheibe bei unterschiedlichen therm. Belastungen

Bei geometrischen Fehlern der Bremsscheibe kann SRO durch unterschiedliche thermische Ausdehnung und die daraus resultierenden Spannungen entstehen. Für Dickenfehler in den Reibringen definiert die Ordnung des Fehlers auch die dominante Ordnung der

<sup>98</sup> Fan, X., Lippmann, H.: Elastic-Plastic Buckling of Plates under Residual Stress (1996)

SRO. Bei einer Bremsscheibe mit Wuchtfräsung ist die dominante Ordnung abhängig von dem Bereich der thermischen Belastung.

Für die untersuchte Bremsscheibe und die untersuchten Fehler ergibt sich ausschließlich SRO in dominanter 1. oder 2. Ordnung, höhere Ordnungen sind bei diesen Fehlerbildern nicht dominant.

Wie bereits in der Wirkungskette dargestellt, können die in diesem Abschnitt auftretenden Amplituden bereits selbst BTV und BPV bewirken, stellen oft allerdings nur den Anfang eines weiteren Wachstums des SRO dar. So kann es dann auch bei Bremsungen mit weniger Verzögerung und Wärmestrom als in den aufgeführten Untersuchungen zu Verwellungen der Bremsscheibe kommen.

## 6.4 Initiale Verwellung der Bremsscheibe durch adaptiven Wärmestrom

Neben einer initialen Verwellung durch geometrische Fehler in der Bremsscheibe kommt es auch zu Ordnungen, die über den ersten beiden Ordnungen liegen und einen anderen Hintergrund haben. Dies wird im Folgenden näher erläutert.

### 6.4.1 Beulen und Winklerbettung

Für eine Abbildung der initialen Verformung der Bremsscheibe werden in der Literatur oft analytische Modelle verwendet. Diese reichen von einfachen Balkenmodellen<sup>99</sup> bis hin zu Kreisringscheiben<sup>100</sup>.

Untersuchungen in der Literatur haben jedoch gezeigt, dass die kritischen Lasten außerhalb des relevanten Bereiches sind.<sup>100 101</sup>

---

<sup>99</sup> Fieldhouse, J. et al.: A Study of Thermal Judder on a Laboratory Dynamometer (2008)

<sup>100</sup> Fan, X., Lippmann, H.: Elastic-Plastic Buckling of Plates under Residual Stress (1996)

<sup>101</sup> Panier, S. et al.: An experimental investigation of Hotspots in railway disc brakes (2004)



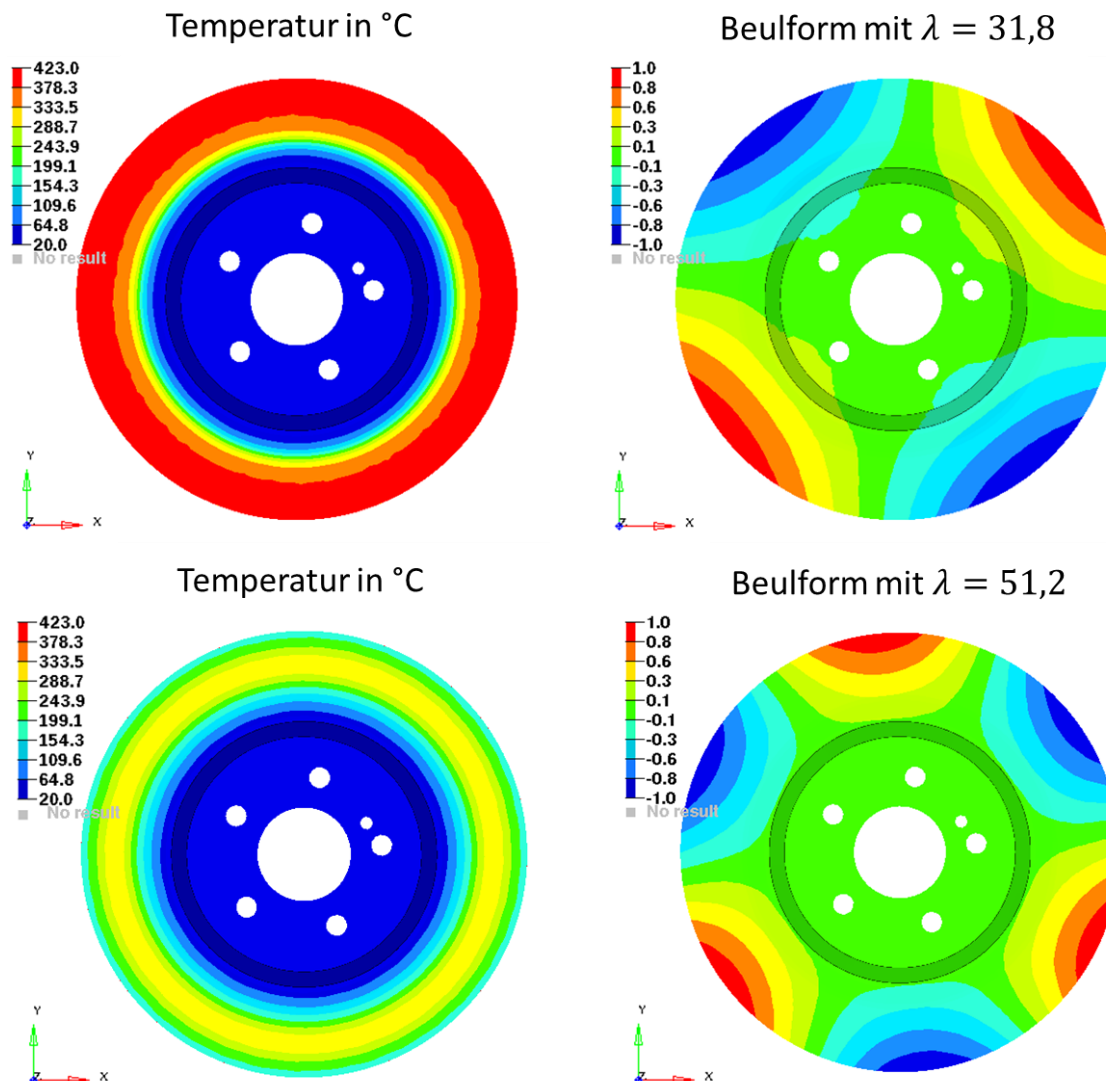


Abbildung 65: Beispiel für Beullast (links) und erste Beulform (rechts) für Bremsscheibe des Referenzsystems

Gleiches gilt auch für die Bremsscheibe des Referenzsystems, für welche die kritische Last der ersten Beulform für das Temperaturbild aus Abbildung 65 bei dem kritischen Lastfaktor  $\lambda = 31,8$  liegt. Es müssten also unrealistische Temperaturwerte von bis zu 13000 °C erreicht werden, um Beulen für diesen Fall zu erreichen. Für andere Temperaturverteilungen und Ausgangszustände zeigen sich teilweise auch andere Ordnungen im Bereich von 1-4 als niedrigste Beulform, die kritische Last dafür ist jedoch für keine der Konfigurationen im relevanten Bereich mit einer kritischen Temperatur von unter 1000 °C.



Um höhere Ordnungen zu untersuchen und auch den Einfluss des Bremsbelages oder anderer Einspannungen darstellen zu können, wird oftmals eine Winklerbettung in das Modell eingebracht.<sup>102</sup> Dies entspricht einer Reihe axialer Federn, um die gesteigerten Normalkräfte des Bremsbelages bei einer axialen Verformung darstellen zu können.

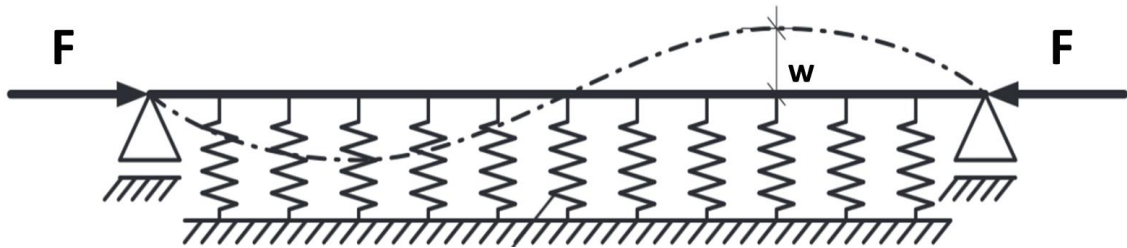


Abbildung 66: Winklerbettung bei einem Balkenmodell<sup>103</sup>

Wird z.B. für den in Abb. 66 gezeigten Balken mit Winklerbettung in die Gleichung

$$-EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - F \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + c_W w = 0 \quad (27)$$

der Ansatz  $w(x) = A_B \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)$  eingesetzt, so kann man die kritische Last zu

$$F_{krit} = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 EI + c_W \left(\frac{l}{n\pi}\right)^2 \quad (28)$$

bestimmen. Die Ordnungszahl  $n$  mit der geringsten kritischen Last ist dann

$$n = \frac{l}{\pi} \sqrt[4]{\frac{c_W}{EI}} \quad (29)$$

Diese Wellenzahl ist nun abhängig von der Steifigkeit der Winklerbettung  $c_W$  und unabhängig von der Belastung.

Wird ein vergleichbares Vorgehen auf die Bremsscheibe des Referenzsystems angewandt, so muss der Bremsbelag mit einer Bogenlänge von  $360^\circ$  über der Bremsscheibe modelliert werden. Geschieht dies nicht, so wird sich die Bremsscheibe nicht unter dem Bremsbelag verformen, sondern einen energetisch günstigeren Zustand ohne Verformung der Winklerbettung annehmen.<sup>104</sup> Für das Referenzsystem wurde daher ein vollumfänglicher Bremsbelag, wie in Abbildung 67 dargestellt, modelliert und mit der Temperatur der Schirmungsberechnung aus Abbildung 51 belastet.

<sup>102</sup> Krempaszky, C.: Diss., Plattenbeulen unter thermisch induzierten Eigenspannungen (2002)

<sup>103</sup> Priebe, J.: Stahlbau III, Skriptum zur Vorlesung, WS2009/2010, TU Hamburg-Harburg (2010), S.69

<sup>104</sup> Krempaszky, C.: Diss., Plattenbeulen unter thermisch induzierten Eigenspannungen (2002)

Für den vollumfänglich modellierten Bremsbelag wird die Steifigkeit zwischen 100 und  $6000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  variiert. Eine erhöhte Steifigkeit des Bremsbelags führt zu einem Anstieg der Ordnung der ersten Beulform im Bereich der 4.-16. Ordnung. Die kritischen Lasten steigen linear mit der resultierenden Ordnung zwischen einem kritischen Lastfaktor von 45 für die 4. Ordnung bis zu einem kritischen Lastfaktor von 120 für die 15. Ordnung. Im Vergleich zu den Lasten für die Bremsscheibe ohne Bremsbelag sind die kritischen Lasten in diesem Fall damit nochmals höher und daher ebenfalls außerhalb des realitätsnahen Bereichs.

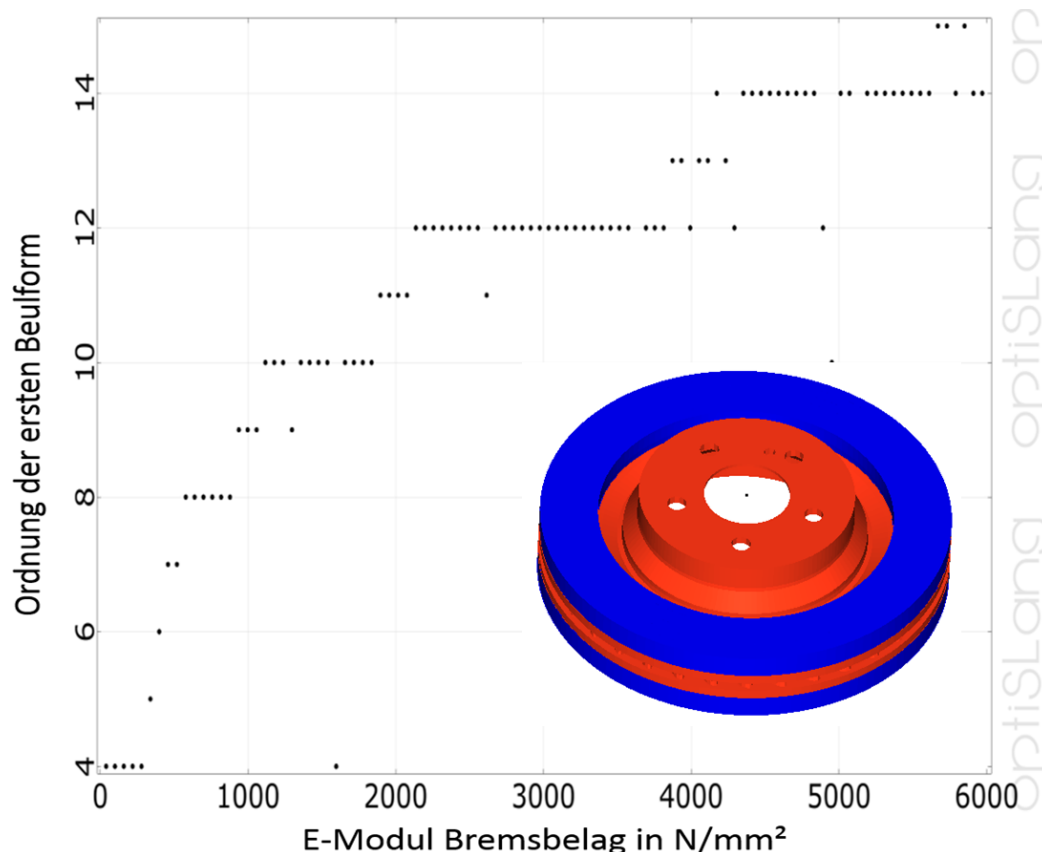


Abbildung 67: Einfluss der Belagsteifigkeit auf die erste Beulform

Die Berechnung der Bremsscheibenverformung durch Beulen ist ein interessanter Ansatz, der auch den Einfluss von verschiedenen Lasten auf den Spannungszustand erkennen lässt, allerdings sind die kritischen Lasten für Minimalmodelle und auch für das vorliegende Bremsscheibenmodell nicht realistisch. Daher wird das Beulen in dieser Arbeit nicht weiterverfolgt.

#### 6.4.2 Implementierung eines adaptiven Wärmestroms

Die Wechselwirkung zwischen der Verformung der Bremsscheibe auf der einen Seite und dem Bremsbelag auf der anderen Seite, wird in diesem Abschnitt nicht mit Fokus auf der

mechanischen Kraft durch eine axiale Verformung der Bremsscheibe, sondern auf der erhöhten thermischen Reibleistung untersucht. Diese Kopplung zwischen der Verformung und der Wärmestromdichte wird mittels einer Subroutine in ABAQUS abgebildet.

Sobald sich eine axiale Verformung der Bremsscheibe entwickelt, zieht dies auch eine Veränderung der Reibleistung nach sich. Die entstandene Reibleistung zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe ist, wie bereits in Kapitel 4 gezeigt, monoton steigend mit der axialen Verformung der Bremsscheibe. Abbildung 68 zeigt beispielhaft für den Schnitt einer verformten Platte die Regionen mit erhöhtem Wärmestrom in den roten Kreisen.



Abbildung 68: Erhöhter Wärmestrom durch Verformung der Bremsscheibe<sup>105</sup>

Dabei berechnet diese Subroutine den Wärmestrom in die Bremsscheibe ausgehend vom aktuellen Verformungszustand. Im Vergleich zu einem Modell mit Bremsbelag hat diese Variante einen klaren Vorteil bzgl. des numerischen Aufwands, da keine Kontakte zwischen Bauteilen berücksichtigt werden müssen.

Die Subroutine ermittelt zunächst für jedes Element der Kontaktfläche den aktuellen Verformungszustand im Vergleich zu der für die Kontaktfläche gemittelten axialen Verformung des vorherigen Inkrementes  $z_{t-\Delta t}$ . Dies ist nötig, da sonst bei einem Dickenwachstum der Bremsscheibe unter thermischer Last der Wärmestrom ebenfalls automatisch wachsen würde. Für einen Zeitpunkt  $t$  gilt daher bei einer Schrittweite von  $\Delta t$ :

$$\Delta z = z_t - \overline{z_{t-\Delta t}} \quad (30)$$

Die Modellierung des Wärmestroms in die Bremsscheibe erfolgt vergleichbar der Winklerbettung als proportional zu der axialen Auslenkung des aktuellen Elements im derzeitigen Inkrement. Der Wert für die axiale Verformung wird mit der Konstante  $k_q$  multipliziert und zu dem mittleren Wärmestrom addiert. Der Wärmestrom  $q$  für ein Element der Bremsscheibe ergibt sich somit zu:

$$q = \max(q_m + k_q \Delta z, 0) \quad (31)$$

---

<sup>105</sup> Steffen, T., Bruns, R.: Hotspotbildung bei Pkw-Bremsscheiben (1998)

mit dem mittleren Wärmestromdichte  $q_m$ , der aktuellen axialen Verformung  $\Delta z$  und der Konstante  $k_q$ . Da negative Wärmeströme nicht möglich sind, ist an diesen Stellen  $q = 0$  definiert.

Da der Bremsbelag immer nur auf speziellen Winkelsegmenten Reibleistung erzeugt, ist auch der Wärmestrom durch die Subroutine nur auf einzelnen Ausschnitten der Brems-scheibe wirksam. Dieses Segment läuft, vergleichbar dem Bremsbelag, über den Umfang der Bremsscheibe und bei jedem Inkrement der Simulation wird der aktive Bereich ver-schoben.

$$\varphi_{\text{Einlauf}} = \sum_{\text{Inkrement}} \Delta\varphi \quad (32)$$

Dieses Vorgehen wurde bereits für Minimalmodelle angewandt.<sup>106</sup> Eine Anwendung auf realistische Bremsscheibengeometrien wurde bisher jedoch nicht durchgeführt.

Neben der Modellierung des Wärmestromes in Abhängigkeit von dem Verformungszu-stand der Bremsscheibe, können auch die Normal- und Tangentialkraft mit der Subroutine abgebildet werden. Dazu müssen in der Berechnungsvorschrift für den Wärmestrom le-diglich die Parameter entsprechend angepasst werden.

### 6.4.3 Ergebnisse

Für die Bremsscheibe des Referenzbremssystems wird ein mittlerer Wärmestrom von 500 W/mm<sup>2</sup> angenommen und eine Umlaufgeschwindigkeit von 29 Hz gewählt. Die Rotation erfolgt in 500 Inkrementen pro Sekunde zu je 21° bei einem Belagwinkel von 42°. Die Konstante  $k_q$  wird mit 10<sup>5</sup> angenommen und entspricht damit in der Größenordnung der Steifigkeit des Bremsbelags von  $1,4 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$ .

Die axiale Verformung und die Temperatur des Reibringes aus der Simulation sind für drei Zeitpunkte in Abbildung 69 bis Abbildung 71 dargestellt. Zunächst zeigt sich in Ab-bildung 69 ein homogenes Temperaturbild für den umlaufenden Belag nach 0,2 s. Die Stelle mit niedrigerer Temperatur auf dem Reibring wurde einmal weniger überstrichen, als das für den Rest des Reibringes der Fall ist. Die axiale Verformung zeigt bereits, dass ohne geometrische Fehler durch den umlaufenden Wärmestrom kleine Unterschiede in der axialen Verformung entstehen. Diese axiale Verformung enthält allerdings vor allem Anteile der ersten beiden Ordnungen.

---

<sup>106</sup> Betz, A.: Erwärmungs- und Verformungsverhalten ... (2008), S. 20ff

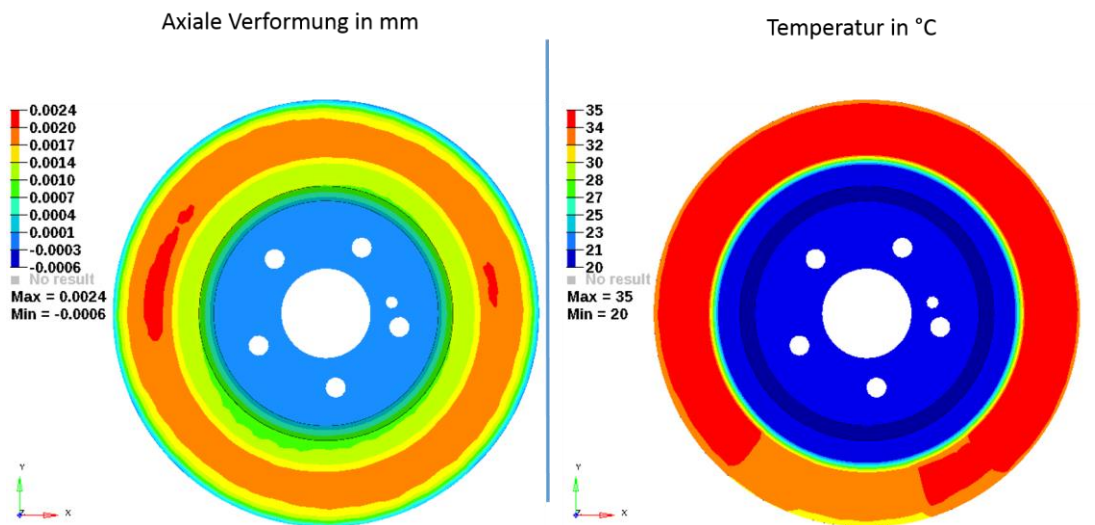


Abbildung 69: axiale Verformung (links) und Temperatur (rechts) nach 0,2 s

Nach weiteren 0,2 s Simulationszeit zeigt sich immer noch ein hauptsächlich homogenes Temperaturbild, jedoch schon eine klare dominante 3. Ordnung in der axialen Verformung. Die Amplitude dieser axialen Verformung ist jedoch mit ca. 1,5  $\mu\text{m}$  auf einem Radius noch gering.

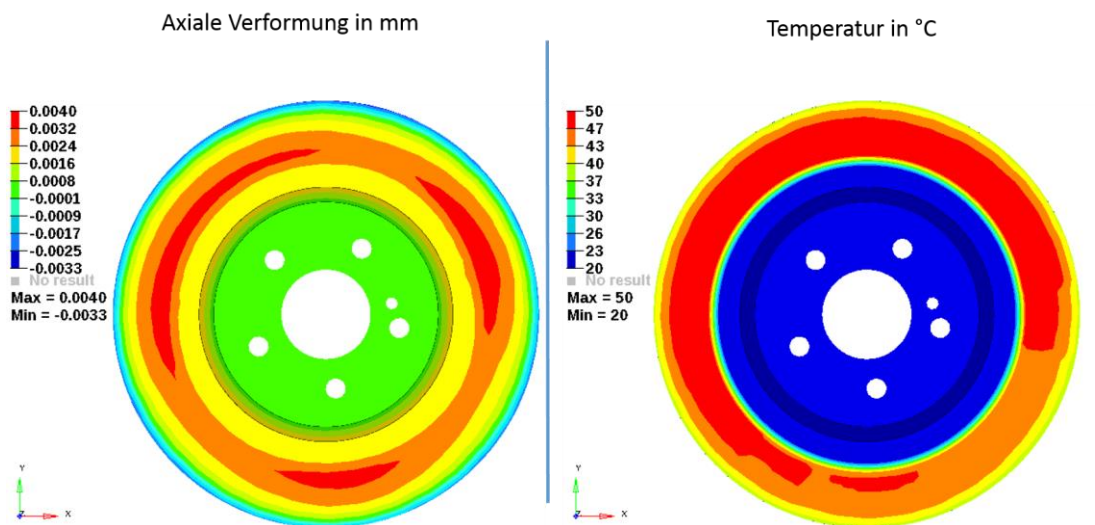


Abbildung 70: axiale Verformung (links) und Temperatur (rechts) nach 0,4 s

Abbildung 71 zeigt die axiale Verformung und das Temperaturbild des Reibringes nach 0,8 s. In beiden Bildern hat sich eine klare 3. Ordnung etabliert. Die Amplitude der Schwankung in der 3. Ordnung beträgt 10  $\mu\text{m}$  bzw. 20  $^{\circ}\text{C}$  und hat sich im Gegensatz zu den anderen Ordnungen durchgesetzt. Im weiteren Verlauf der Simulation ist die 3. Ordnung bis zum Ende der Simulationszeit unbegrenzt auf eine Größe zu einer Amplitude von mehreren Millimetern angewachsen.

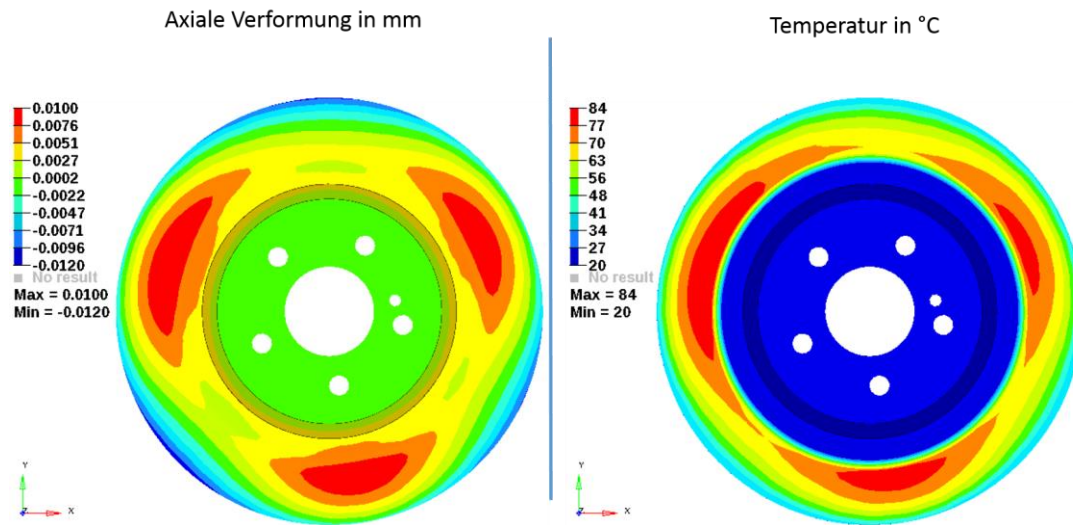


Abbildung 71: axiale Verformung (links) und Temperatur (rechts) nach 0,8 s

Für ein reduziertes  $k_q$  von  $10^4$  ergibt sich ein vergleichbares Bild der Verformung und der Temperatur. Die Dauer der Bremsung bis zu einer Ausprägung der 3. Ordnung und dementsprechend auch das Temperaturniveau der Bremsscheibe sind jedoch beide höher.

Wird auch die Normalkraft entsprechend dem Wärmestrom abgebildet, so leistet diese einen destabilisierenden Beitrag, da sich die Bremsscheibe bei kleinsten Unterschieden zwischen Innen- und Außenseite axial verformt und dadurch eine Störung für die Berechnung des Wärmestroms entsteht. Auch bei dieser erweiterten Kopplung zwischen der Verformung der Bremsscheibe und der Last entsteht ebenfalls ein SRO in der 3. Ordnung, der Entstehungsprozess ist jedoch schneller als ohne Normalkraftschwankungen.

Die Subroutine bewirkt durch die thermomechanische Wechselwirkung ein Wachstum der von der Bremsscheibe bevorzugten Ordnung. Diese Ordnung hat sich auch bereits bei dem Vergleich des SRO-Wachstums für unterschiedliche Ordnungen gezeigt. Ausgelöst wird dieses Wachstum in den unterschiedlichen Ordnungen durch kleine Störungen, wie z.B. den umlaufenden Bremsbelag mit seinem Wärmestrom und seiner Normalkraft.

Im Gegensatz zu der Winklerbettung vieler Minimalmodelle ist die Umsetzung über die vorgestellte Subroutine vielmehr auf die thermische Last und weniger auf die mechanische Last ausgelegt. Außerdem bietet sie die Möglichkeit einen umlaufenden Bremsbelag abzubilden, ohne Kontaktberechnungen durchführen zu müssen.

Bei den durchgeführten Rechnungen hat sich die Ordnung eingestellt, die sich auch in der Wachstumsuntersuchung als Maximum erwiesen hat.

Höhere Ordnungen sind bei Berechnungen mit der Subroutine in ihrer derzeitigen Form nicht zu entdecken. Dazu ist das derzeitige lineare Modell der Wärmegenerierung nicht fähig. Bei Phänomenen in niedrigen Ordnungen liefert die Vorgehensweise allerdings wertvolle Ansätze zur Simulation der Bremsscheibenverformung.

Das Zusammenspiel zwischen Normal-, Tangentialkraft und Wärmestrom durch die Subroutine und die exakte Parametrisierung der zugrundeliegenden Modelle sind jedoch noch offene Aufgaben.

## 6.5 Einfluss des Bremsbelags auf das Wachstum von Hotspots

Die Kopplung zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag wurde in dem letzten Abschnitt mit einer Subroutine abgebildet. Diese Art der Modellierung erlaubt eine Abbildung des Bremsbelages ohne die Notwendigkeit zu einer Kontaktberechnung, ermöglicht jedoch nur eine rudimentäre Abbildung der geometrischen Verhältnisse und des Reibkontaktes.

Da jedoch Rotationen in dem relevanten Bereich von 24-31 Hz mit ständig veränderlichem Kontakt derzeit zu viel Rechenleistung erfordern, wird in diesem Abschnitt ein einfaches Finite-Elemente-Modell der Bremsscheibe und des Bremsbelags untersucht.

Dabei stehen vor allem die Hypothesen, dass der Bremsbelag einen unterschiedlichen Einfluss auf das Wachstum der diversen Ordnungen hat und dass eine Reduzierung der Länge des Bremsbelags zu einer Reduzierung der Intensität der Hotspots führt, im Fokus. Die erste Hypothese ergibt sich durch den Belageinfluss auf die Ausprägung der unterschiedlichen Ordnungen in Kapitel 4 und die zweite Hypothese basiert auf Untersuchungen in der Fachliteratur.<sup>107</sup>

### 6.5.1 Berechnungsmodell

Das Minimalmodell besteht, wie in Abbildung 72, aus einer Bremsscheibe, Bremsbelägen und den jeweiligen Rückenplatten. Die Bremsscheibe wird dabei durch eine Kreisringscheibe mit entsprechendem Innen- und Außendurchmesser sowie Scheibendicke. Der Bremsbelag und die Rückenplatte sind dabei als ein Ausschnitt des Kreisrings modelliert und decken den Belagwinkel von  $41^\circ$  der Bremsscheibe ab. Die Bremsscheibe ist auf dem gesamten Innenradius mit dem Kreismittelpunkt starr verbunden und rotiert um diesen Punkt mit 180 rad/s. Auf der Rückenplatte wirkt ein konstanter Bremsdruck von 10 bar. Die Rückenplatte ist in axiale Richtung frei beweglich, die beiden anderen translatorischen Freiheitsgrade der Rückenplatte sind fixiert.

---

<sup>107</sup> Sardá, A.: Diss., Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln ... (2009), S. 71ff



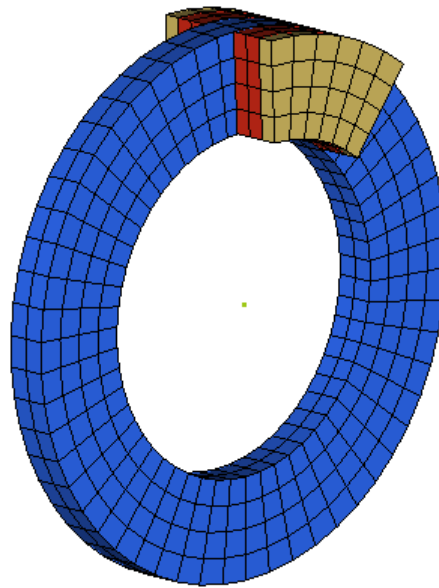


Abbildung 72: Aufbau und Vernetzung des Modells aus Kreisringscheibe und Bremsbelägen

Die unterschiedlichen Ordnungen des SRO werden in das Modell als Imperfektionen durch die Eigenmoden der Bremsscheibe in der jeweiligen Ordnung eingebracht.

Die Reibleistung wird in Wärme umgewandelt, 85 % davon werden in die Bremsscheibe eingeleitet. Im Vergleich zu der Bremsscheibe des Referenzsystems ist davon auszugehen, dass aufgrund der mittigen Lagerung und auch der homogenen Massen- und Steifigkeitsverteilung die Schirmungswerte und auch die Werte für thermisch bedingtes SRO geringer ausfallen.

### 6.5.2 Vergleich von Anregungsordnungen

Für das Minimalmodell werden die Auswirkungen von verwellten Bremsscheiben unterschiedlicher Ordnung nach 2 s Bremsdauer untersucht. Das initiale SRO hat dabei immer ein Maximum von 10  $\mu\text{m}$ . Für die 9. Ordnung ist beispielhaft die Temperaturverteilung während der Bremsung für ein SRO der 9. Ordnung in Abbildung 73 abgebildet.



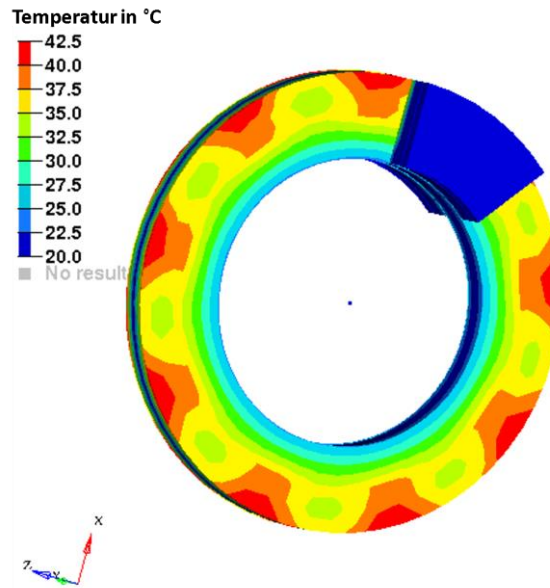


Abbildung 73: Temperaturverteilung des Minimalmodells für SRO 9. Ordnung

Für das SRO in den unterschiedlichen Ordnungen werden jeweils das zusätzliche SRO und die resultierende Temperaturschwankung ausgewertet.

Abbildung 74 zeigt, dass für die Ordnungen 3-8 das SRO und die Temperaturschwankungen in der jeweiligen Ordnung monoton steigend mit der Ordnung sind. Die 9. Ordnung bildet im Anschluss daran für die Temperaturschwankungen ein lokales und für die Ausprägung des SROs ein globales Maximum.

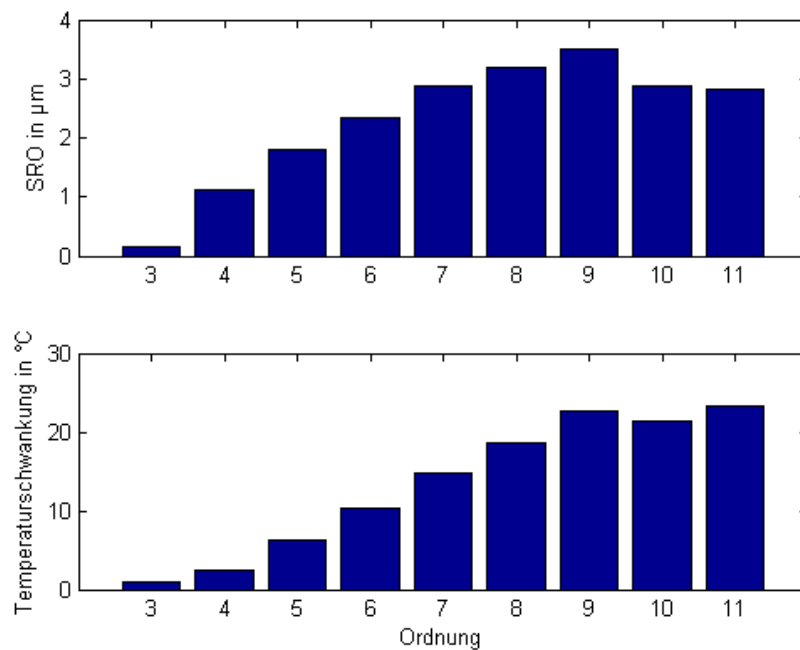


Abbildung 74: SRO und Temperaturschwankungen bei initialem SRO

Um die Ordnungen nicht nur getrennt auf ihr Wachstum zu untersuchen, sondern eine Art breit gestreute Anregung zu schaffen, werden die Anregungsordnungen 3-11 des ordnungsgetreuen Bandes mit einer Amplitude von jeweils 5  $\mu\text{m}$  als initiale Verwellung mit zufälliger Phasenlage überlagert.

Bei dieser Art der Anregung ist nach einer Bremsdauer von 5 s auch die Verformung und Temperaturschwankung mit 9 Maxima dominant. Dabei handelt es sich um eine Überlagerung aus der 9. und 10. Ordnung. Das hohe Wachstum dieser beiden Ordnungen führt dazu, dass sich diese Temperaturschwankung wie in Abbildung 75 gegenüber den anderen Anregungsordnungen durchsetzt.

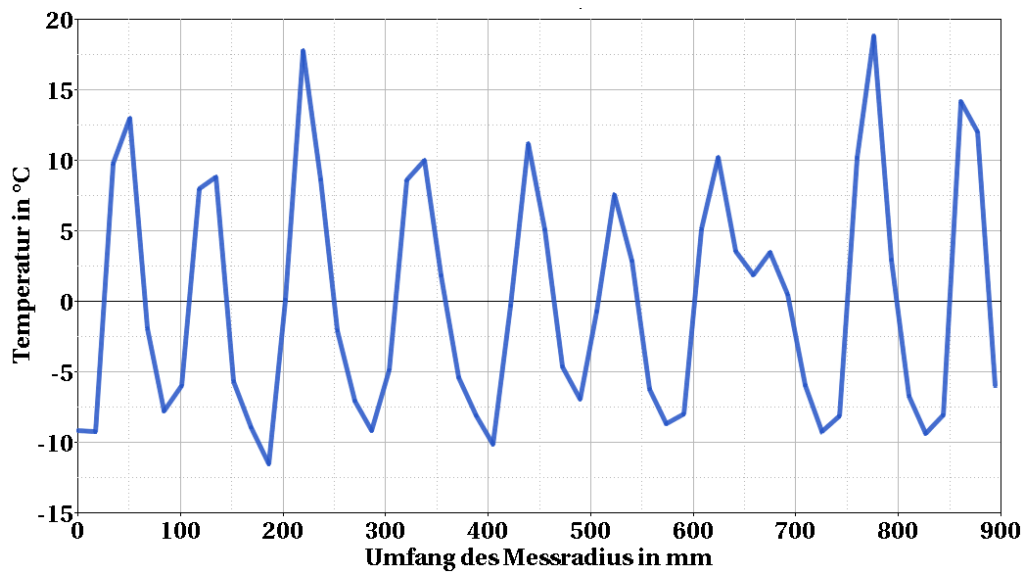


Abbildung 75: Temperatur der Brems Scheibe nach Anregung mit verschiedenen Ordnungen

### 6.5.3 Einfluss des Bremsbelags auf Wachstum des SRO

In Kapitel 4 wurde bereits ein großer Einfluss der Bremsbelagsteifigkeit auf die resultierenden Bremsmomentschwankungen aufgezeigt. Ein Einfluss auf die SRO-Ausbildung konnte dort allerdings aufgrund der begrenzten Modellierungsmöglichkeiten eines MKS-Ansatzes nicht untersucht werden. Mit dem Finite-Elemente-Modell in diesem Kapitel ist dies nun möglich, und so wird für dieses Modell ebenfalls die Steifigkeit des Bremsbelags um 30 % variiert und das resultierende SRO verglichen.

In Tabelle 11 ist das SRO für die 3. und 9. Ordnung aufgetragen. Bei sinkender Steifigkeit des Bremsbelags fällt das SRO in der 3. Ordnung um 25 %. Wird die Steifigkeit des Bremsbelages jedoch erhöht, so findet kein Zuwachs mehr in dem gleichen Maße statt, sondern lediglich ein Anstieg des SRO um weniger als 1 %. Im Gegensatz dazu steigt das SRO in der 9. Ordnung für eine erhöhte Steifigkeit des Bremsbelags um 17,6 %.

Insgesamt weist der Belag mit der größten Steifigkeit auch die größte Tendenz zu einer 9. Ordnung auf. Dies gilt zum einen für den Absolutwert und zum anderen auch relativ

zu der Entwicklung der 3. Ordnung. Ein vergleichbares Verhalten ist auch in den Messungen aus Kapitel 4 für die dominante Ordnung des 2. Bandes festgestellt worden.

Veränderung Steifigkeit Bremsbelag	– 30 %	0 %	+30 %
SRO 3. Ordnung in $\mu\text{m}$	0,95	1,26	1,27
SRO 9. Ordnung in $\mu\text{m}$	1,4	1,7	2,0

Tabelle 11: SRO für 3. und 9. Ordnung bei Variation der Bremsbelagsteifigkeit

In der Literatur wurde experimentell der Einfluss der Belaglänge untersucht und es wurden zwar Auswirkungen auf die Amplituden von SRO und Temperatur gemessen, ein Zusammenhang mit der dominanten Ordnung wurde jedoch widerlegt.<sup>108</sup>

Der Einfluss der Belaglänge auf die Amplituden von SRO und Temperatur ist für das Design von Bremssystemen von großem Interesse und wird mit dem Minimalmodell näher untersucht. Dazu werden drei Varianten mit Belagwinkeln von  $14^\circ$ ,  $27^\circ$  und  $41^\circ$  bei gleichem Reibmaterial und gleichem Bremsdruck analysiert.

Wie in Tabelle 12 zu sehen ist, reduziert sich bei einer Verkürzung der Belaglänge um 65 % das SRO um 90 % und die Temperaturschwankung in der 9. Ordnung sogar um 93 %. Die Werte für die mittlere Variante mit  $27^\circ$  Belagwinkel zeigen, dass es sich bei diesem Effekt um einen sehr nichtlinearen Beitrag handelt.

Winkel des Belags	$14^\circ$	$27^\circ$	$41^\circ$
SRO 9. Ordnung in $\mu\text{m}$	0,13	1,0	1,4
Temperaturschwankung 9. Ordnung in $^\circ\text{C}$	0,73	7,9	11,0

Tabelle 12: SRO und Temperaturschwankungen für unterschiedliche Belaggrößen

Der kurze Belag mit  $14^\circ$  Belagwinkel hat nur eine sehr geringe Länge und kann dadurch auch in höheren Ordnungen der Bremsscheibenkontur folgen. Der kurze Bremsbelag folgt in dem Modell der Bremsscheibenkontur sowohl durch eine axiale Verschiebung als auch durch Drehung der Rückenplatte. Der Belag mit  $41^\circ$  Öffnungswinkel steht im Gegensatz dazu aufgrund seiner Länge meist mit zwei Maxima der Bremsscheibenoberfläche in Kontakt und kann dadurch keine Verkipfung durchführen. Die axiale Verschiebung ist aus dem gleichen Grund ebenfalls weniger stark ausgeprägt. Die unterschiedlichen Belaggeometrien führen daher zu Unterschieden in der Variation des Anpressdrucks und somit auch der lokalen Reibleistung.

<sup>108</sup> Sardá, A.: Diss., Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln ... (2009), S. 71ff

## 6.6 Überprüfung der Wirkungskette

Die Wirkungskette nach Sardá wurde anhand eines Systems entwickelt, bei dem sich die Verwellung der Bremsscheibe unabhängig von dem Bremsbelag einstellt. Die Hypothese, dass dies auch für das Referenzsystem dieser Arbeit gilt, muss aufgrund der unterschiedlichen dominanten Ordnungen im mittleren Band bei Variation der Bremsbelagparameter in Experimenten am Prüfstand verworfen werden.<sup>109</sup> Aus diesem Grund wird die Wirkungskette um den in Abbildung 76 rot dargestellten Einfluss des Bremsbelags auf die Entstehung des initialen SRO erweitert.

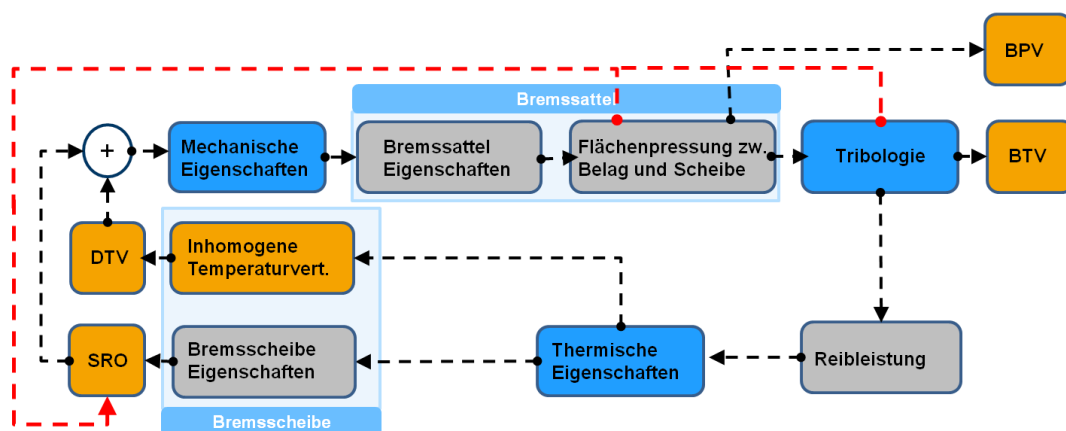


Abbildung 76: Wirkungskette nach Sardá mit Erweiterung um Belageinfluss

Neben den Verwellungen höherer Ordnung kann durch die gleiche Wirkungskette für Bremsscheiben mit geometrischen Fehlern auch ein initiales SRO in anderer Ordnung entstehen. Für diese niedrigen Ordnungen des ersten Bandes zeigt sich zudem in der Simulation ein Einfluss der radialen Temperaturverteilung, weshalb sich auch für diese Ordnungen der ergänzte Einfluss der Flächenpressung und Tribologie auf das resultierende SRO bewährt hat.

Untersuchungen in der Literatur stellen eine Verringerung der Intensität von Hotspots für eine Verkürzung des Bremsbelags dar. Diese Hypothese hat sich auch in der Simulation bewährt, da kürzere Bremsbeläge zu einer Verringerung der Unterschiede in dem Anpressdruck und damit zu einer Verringerung der Temperaturunterschiede führen.

Eine weitere Hypothese ist, dass die Verbesserung der Schirmung auch die Ausprägung von SRO anderer Ordnungen bei variablem Wärmestrom optimiert. Diese Hypothese hat sich in der Simulation für die untersuchte Bremsscheibe nicht bewährt.

<sup>109</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)

## 6.7 Zwischenfazit

Entsprechend den beiden Bändern des ordnungsgetreuen Heißrubbelns lassen sich auch die Auslöser für die initiale Verwellung der Bremsscheibe in verschiedene Gruppen unterteilen.

Die niedrigsten Ordnungen, zumeist 1. und 2. Ordnung, können in der Berechnung durch geometrische Inhomogenität der Bremsscheibe verursacht werden. Durch die ungleiche Massen- und Steifigkeitsverteilung kommt es bei thermischer Belastung durch die ungleiche Ausdehnung der Bremsscheibe zu SRO. Für eine genaue Überprüfung und Abbildung der Bremsscheibengeometrie durch eine Simulation sind insbesondere Messungen der Kühlkanalgeometrie unerlässlich. Typische Produktionsfehler können dabei aufgezeigt werden und als Grundlage für eine robuste Designoptimierung der Bremsscheibe mittels CAE-Methoden verwendet werden. Für eine Bremsscheibe mit geometrischen Fehlern wurde in der Simulation auch ein Einfluss der thermischen Belastung aufgezeigt. Abhängig von der radialen Verteilung der Wärme ergab sich entweder durch die Verschiebung der Rippen eine 1. Ordnung im SRO der Bremsscheiben oder durch die Wuchtfärsung eine 2. Ordnung im SRO. Diese Belastung ist in weiteren Simulationen entweder möglichst realitätsnah abzubilden oder für eine robuste Optimierung der Bremsscheibengeometrie als variable Last anzunehmen.

Die zweite Möglichkeit für eine Ausprägung des SRO im Berechnungsmodell ist das SRO-Wachstum aufgrund der Wechselwirkung zwischen thermischem Input und axialer Verformung. Bei einer Anregung durch minimale Verformungen aufgrund von Spannungen und der umlaufenden Temperaturlast, wächst in dem Referenzmodell die dominante Ordnung des ersten Bandes auch ohne geometrische Fehler an. Diese Ordnung ist hauptsächlich von der Bremsscheibe dominiert, da auch eine Anregung mit anderen Ordnungen für die 3. Ordnung das maximale SRO erzeugt. Hierbei handelt es sich somit um eine von der Bremsscheibe bevorzugte Ordnung für Wachstum des SRO. Für andere Bremsscheibengeometrien kann eine andere Ordnung das größte Wachstum zeigen.

Das Modell der Bremsscheibe hat noch weitere lokale Maxima für das thermisch bedingte Wachstum von SRO in den höheren Ordnungen. Eine Auswirkung dieser Ordnungen kommt erst mit Hinzunahme des Bremsbelags zur Geltung. Der Bremsbelag zeigt für unterschiedliche Ordnungen des SRO auch verschiedene Variationen des Anpressdrucks. Dadurch wird vor allem die Ausprägung von Hotspots in Ordnungen mit einer hohen Variation des Anpressdrucks begünstigt. Treffen diese Ordnung für die Hotspots und das SRO-Wachstum aufeinander, so kann sich ein stark wachsender Kreislauf der Wirkungskette des Heißrubbelns etablieren.

Basierend auf Versuchsergebnissen wurde eine Erweiterung der Wirkungskette nach Sardá um den Einfluss des Bremsbelags auf die initiale Verwellung vorgeschlagen.<sup>110</sup> Mit dieser Erweiterung hat sich die Wirkungskette auch für die Entstehung von niedrigen Ordnungen in Simulationen dieses Kapitels bewährt.

Ein offener Punkt ist die Gewichtung der einzelnen Phänomene untereinander bzw. die Frage, wann welches der Phänomene dominiert.

---

<sup>110</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)

## 7 Simulation frequenzgetreues Verhalten

Die Ordnungen des dritten Bandes variieren in Abhängigkeit von der Rotationsfrequenz zwischen der 11. und der 15. Ordnung und bleiben dabei im Bereich einer Frequenz für die BTV. Dieses Verhalten wurde in Kapitel 5 als frequenzgetreues Verhalten bezeichnet und wird in diesem Kapitel anhand von Simulationsmodellen untersucht.

Ziel dieses Kapitels ist es, zunächst die Eigenfrequenz und die dazugehörige Schwingform zu identifizieren. Darüber hinaus werden Einflüsse auf SRO und Temperaturverteilung der Bremscheibe unter periodischer Anregung aufgrund von Schwingungen des Bremssattels untersucht. Des Weiteren wird im Anschluss, basierend auf den Simulationsergebnissen und Messdaten, die bisherige Wirkungskette von Heißrubbeln erweitert.

### 7.1 Berechnung der Eigenfrequenz

#### 7.1.1 Komplexe Eigenwertanalyse

Die Berechnung von Eigenfrequenzen und deren Schwingformen erfolgt in der Bremsentwicklung oft mittels der komplexen Eigenwertanalyse. Dieses Vorgehen wird vor allem bei der Analyse von Bremsenquietschen zur Berechnung von Eigenwerten und Schwingformen angewandt.

Bei der komplexen Eigenwertanalyse kommt es zu einer Linearisierung der eigentlichen Bewegungsgleichungen des Systems um einen Arbeitspunkt. Durch diese Linearisierung können nichtlineare Effekte verloren gehen, die zum einen das Stabilitätsverhalten beeinflussen und zum anderen auch die Schwingungsamplitude in den jeweiligen Grenzzyklen begrenzen.<sup>111</sup> Dennoch ist die komplexe Eigenwertanalyse derzeit noch Stand der Technik in den meisten industriellen Anwendungen.

Die Bewegungsgleichung eines linearisierten Modells des Bremssystems auf Basis eines Finite-Elemente-Modells lautet

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0 \quad (33)$$

mit der Massenmatrix  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , der Matrix  $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$  bestehend aus geschwindigkeitsabhängigen Termen aus Dämpfung und Gyroskopie, der Matrix  $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mit den Termen aus Steifigkeit und zirkulatorischen Anteilen sowie dem inkrementellen Verschiebungs-

---

<sup>111</sup> Kruse S., et al.: The influence of joints on friction induced vibration in brake squeal (2015)

vektor  $x \in \mathbb{R}^n$ . Durch den Einfluss der Reibung haben sowohl  $C$  als auch  $K$  unsymmetrische Anteile. Für eine Berechnung der Eigenwerte und der Eigenschwingformen wird dieses Gleichungssystem mittels des exponentiellen Lösungsansatzes

$$x(t) = \phi e^{\lambda t} \quad (34)$$

in das folgende Eigenwertproblem überführt:

$$(\lambda^2 M + \lambda C + K)\phi = 0 \quad (35)$$

Für eine Lösung dieses unsymmetrischen Gleichungssystems in Gleichung 35 werden zunächst die Eigenwerte und Eigenvektoren des symmetrischen Gleichungssystems berechnet. Dazu wird die Matrix  $C$  und unsymmetrische Anteile der Steifigkeitsmatrix vernachlässigt. Beide Anteile werden in einem späteren Lösungsschritt wieder berücksichtigt. Das symmetrische Eigenwertproblem lautet somit

$$(\lambda^2_{\text{symm}} M + K_{\text{symm}})\phi = 0 \quad (36)$$

Die Eigenwerte  $\lambda_{i,\text{symm}}$  und die Eigenvektoren  $\phi_i$  können als Lösung des Eigenwertproblems aufgrund der Symmetrie effizient berechnet werden. Als Berechnungsansätze sind hier z.B. der Lanczos-Algorithmus oder ein iteratives Unterraumverfahren möglich. Da es für das symmetrische Eigenwertproblem jeweils mehrere Lösungen gibt, besteht die Matrix des Lösungsraumes

$$\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_n] \quad (37)$$

aus den  $n$  Eigenvektoren des Gesamtsystems.

Eine Lösung des unsymmetrischen Eigenwertproblems ist nicht so effizient möglich wie bei dem symmetrischen Problem, so dass es nötig ist, den Lösungsraum zu verkleinern. Dazu werden die Matrizen  $M$ ,  $C$  und  $K$  jeweils auf einen Unterraum aus Lösungen des symmetrischen Eigenwertproblems projiziert. Dies geschieht mittels der Matrix  $\Phi_R$ , die eine Auswahl der Eigenvektoren aus  $\Phi$  enthält. Zumeist sind dies die ersten  $d$  Eigenvektoren zugehörig zu den niedrigsten Eigenfrequenzen.

$$M^* = \Phi_R^T M \Phi_R, C^* = \Phi_R^T C \Phi_R, K^* = \Phi_R^T K \Phi_R \quad (38)$$

Mittels dieser Projektion lautet das verkleinerte unsymmetrische Eigenwertproblem

$$(\lambda^2 M^* + \lambda C^* + K^*)\phi^* = 0 \quad (39)$$

Das Eigenwertproblem wird mittels eines QZ-Algorithmus gelöst und die dadurch gewonnenen Eigenvektoren  $\phi_i^*$  müssen anschließend in das ursprüngliche System überführt werden. Dies geschieht mittels



$$\phi_i = \Phi^T \phi_i^* \quad (40)$$

Der Verschiebungsvektor  $x$  setzt sich aus den Eigenvektoren, auch Schwingformen genannt, zusammen und der komplexe Eigenwert

$$\lambda_i = \delta_i \pm i\omega_i \quad (41)$$

zeigt mit dem Realteil  $\delta_i$  die Stabilität der Schwingform und mit dem Imaginärteil  $\omega_i$  die Frequenz der Schwingung auf.

Somit sind mit der Durchführung einer komplexen Eigenwertanalyse die Frequenzen von Schwingungen, deren Schwingformen und die Stabilität des Systems in dem linearisierten Zustand der Ausgangsgleichung bekannt.

### 7.1.2 Stabilität selbsterregter Schwingungen

Mit dem exponentiellen Lösungsansatz der Bewegungsgleichung aus der komplexen Eigenwertberechnung setzt sich die Lösung aus der Summe der elementaren Lösungen zusammen.

$$x(t) = \sum_{i=1}^d \phi_i e^{\lambda_i t} = \sum_{i=1}^d \phi_i e^{\delta_i t} \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad (42)$$

Bestimmend für das Wachstum einer Schwingform des linearisierten Berechnungsmodells ist dabei der jeweilige exponentielle Anteil mit dem Realteil des Eigenwertes als Exponent.

Ist der Realteil aller Eigenwerte negativ, so klingen die Amplituden der Schwingungen ab und die Lösung ist asymptotisch stabil.

Ist mindestens einer der Realteile positiv, so handelt es sich um eine instabile, selbsterregte Schwingung, da die Amplitude mindestens einer Eigenmode aufschwingt.

### 7.1.3 Berechnungsmodell

Die Berechnung der Eigenfrequenzen des Bremssystems erfolgt mittels eines Finite-Elemente-Modells des Bremssystems inkl. Teilen des Prüfstands. Der Aufbau des Modells ist in Abbildung 77 dargestellt.

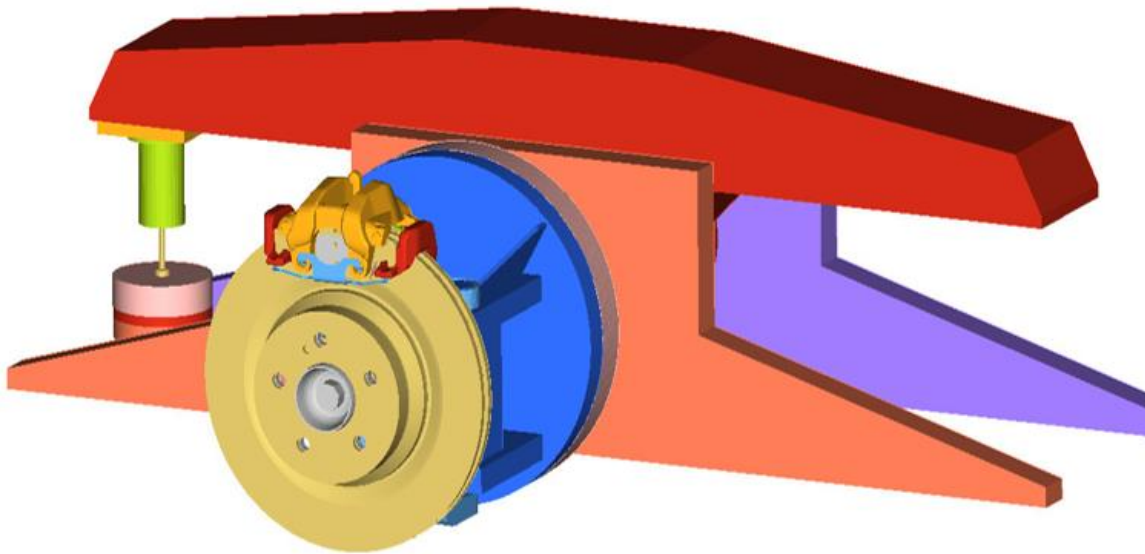


Abbildung 77: Modell des SMP und des Bremssystems

Bei der Modellierung des Bremssystems wurden alle Bauteile des Bremssystems außer dem Dichtring berücksichtigt. Zueinander bewegliche Bauteile stehen mit Coulomb-Reibung in Kontakt. Die Reibkoeffizienten zwischen Metall und Metall wurden dabei mit  $\mu=0,2$  angenähert und zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe mit  $\mu=0,4$ . Zueinander nicht bewegliche Bauteile, wie z.B. die Bremsscheibe und die Nabe, wurden fest miteinander verbunden.

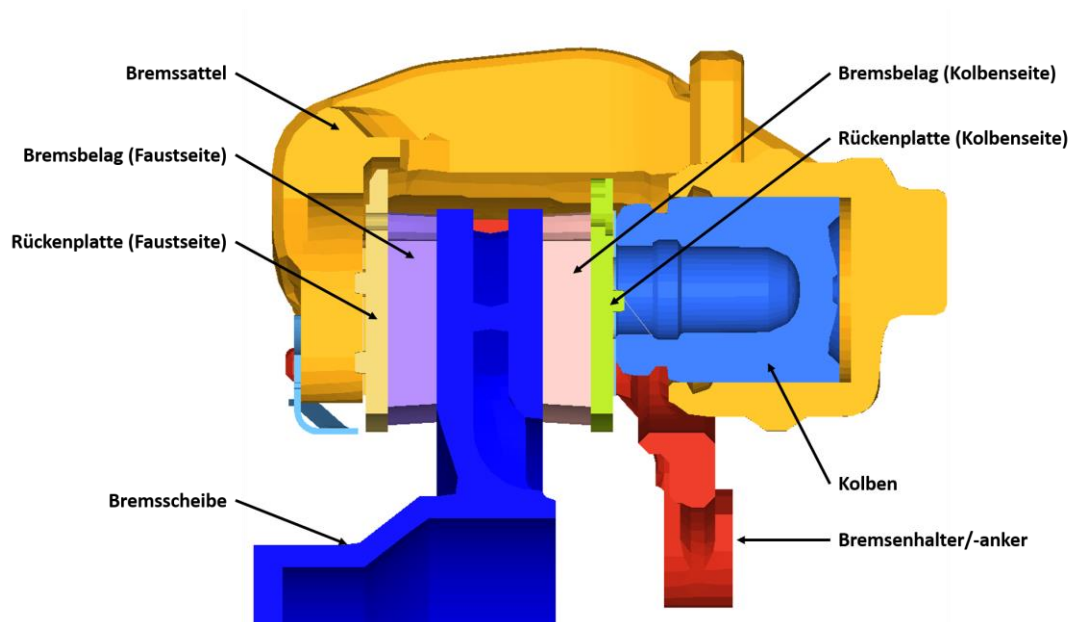


Abbildung 78: Modell des Bremssystems für die Eigenwertberechnung

Für den Prüfstands Aufbau ohne das Bremssystem wurde mittels der Hammerschlagmethode eine Frequenzganganalyse erstellt und mit dem Finite-Elemente-Modell abgegli-

chen.<sup>112</sup> Die ersten drei Eigenfrequenzen des Pendelbocks wurden auch in der Eigenfrequenzanalyse mittels eines Finite-Elemente-Modells gefunden. Die Abweichung beträgt, wie in Tabelle 13 zu sehen, zwischen 3,8 % und 7,5 %.

	Eigenfrequenz aus Simulation in Hz	Eigenfrequenz aus Messung in Hz	$\Delta$ in %
1. EF	177	188	5,8
2. EF	430	465	7,5
3. EF	608	632	3,8

Tabelle 13: Vergleich der Eigenfrequenzen für den Pendelbock aus Simulation und Messung<sup>112</sup>

Im Verlauf der komplexen Eigenwertberechnung wird um einzelne Betriebspunkte linearisiert. Diese Betriebspunkte werden für das Modell zunächst mittels nichtlinearer, statischer Schritte angesteuert. Dazu werden in einem ersten Schritt mit einem geringen Bremsdruck die Kontakte innerhalb des Bremssystems etabliert, in einem zweiten Schritt die Rotation der Bremsscheibe und die Reibung quasistatisch aktiviert und in einem dritten Schritt der Bremsdruck auf den gewünschten Wert erhöht. Anschließend wird für den Betriebspunkt eine komplexe Eigenfrequenzanalyse durchgeführt.

In Tabelle 14 sind die jeweiligen Rotationsgeschwindigkeiten notiert und auch die resultierende Frequenz z.B. in der BTV für eine dominante Ordnung entsprechend dem frequenzgetreuen dritten Band.

Abgebildete Fahrzeuggeschwindigkeit in km/h	175	200	225
Rotationsgeschwindigkeit in Hz	24,1	27,6	31
Rotationsgeschwindigkeit in rad/s	151,4	173,4	194,8
Dominante Ordnung des frequenzgetreuen Bandes	15	13	11-12
Resultierende Frequenz für dominante Ordnung in Hz	361	358,8	341-372

Tabelle 14: Zuordnung der Rotationsgeschwindigkeiten und resultierenden Frequenzen für unterschiedliche dominante Ordnungen

### 7.1.4 Eigenfrequenz und Schwingform

In dem relevanten Frequenzbereich unter 400 Hz ergeben sich für das Berechnungsmodell des Bremssystems bei 173 rad/s Rotationsgeschwindigkeit und einem Bremsdruck von 10 bar zwei Eigenfrequenzen aus der komplexen Eigenwertanalyse.

<sup>112</sup> Bauer, C.: Untersuchung des Einflusses einer schwingungsfähigen Messvorrichtung ... (2013)

Die erste Eigenfrequenz liegt, wie in Tabelle 15 zusehen, bei 172,5 Hz mit einem Realteil von  $2 \cdot 10^{-4}$ . Diese Eigenfrequenz ist somit im linearisierten Zustand des Betriebspunktes eine instabile, selbsterregte Schwingung.

	1. Eigenfrequenz	2. Eigenfrequenz
Eigenfrequenz in Hz	172,5	381
Realteil	$2 \cdot 10^{-4}$	0,07

Tabelle 15: 1. und 2. Eigenfrequenz des linearisierten Bremssystems (Geschwindigkeit 173 rad/s, Druck 10 bar, Reibwert 0,4)

Es handelt sich bei dieser Schwingform aus Abbildung 79 um die bereits experimentell gemessene Eigenfrequenz des Pendelbocks mit einer Verformung der Kraftmessdose. Die Pendelbewegung des Prüfstandsaufbaus bewirkt außerdem eine translatorische Verschiebung des Bremssattels auf der Brems Scheibe. Diese Eigenfrequenz könnte theoretisch über die alternierenden Relativgeschwindigkeiten zwischen Bremsbelag und Brems Scheibe eine alternierende Reibleistung und dadurch auch Hotspots erzeugen. Diese wurden jedoch in den für diese Eigenfrequenz relevanten Ordnungen 5-8 nicht beobachtet und erzeugen aufgrund des nicht vorhandenen Phasenversatzes weniger SRO als phasenversetzte Wärmeströme.

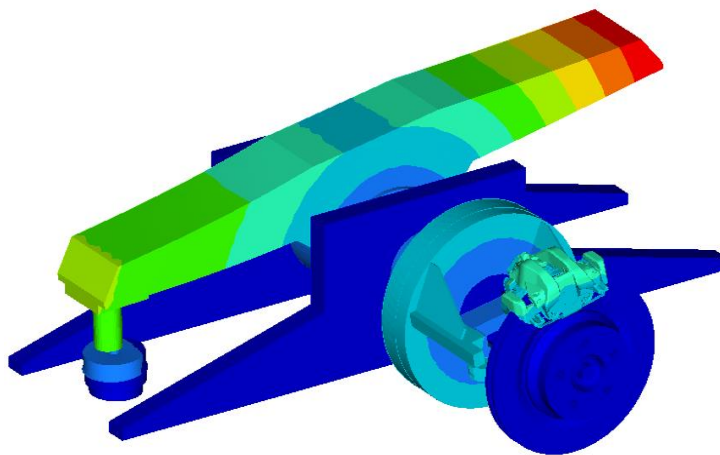


Abbildung 79: Schwingform Eigenfrequenz bei 172,5 Hz

Die zweite Eigenfrequenz des Bremssystems befindet sich bei 381 Hz und ist mit einem Realteil von 0,07 ebenfalls eine instabile, selbsterregte Schwingung. Sie befindet sich mit einer Abweichung von durchschnittlich 7 % in der Nähe der erwarteten Frequenzen für die dominante Ordnung des frequenzgetreuen Bandes aus Tabelle 13. Wie in Abbildung 80 zu sehen ist, bewegt sich bei dieser Schwingung hauptsächlich das Bremssystem. Eine Beteiligung der Prüfstandskomponenten ist nicht gegeben.

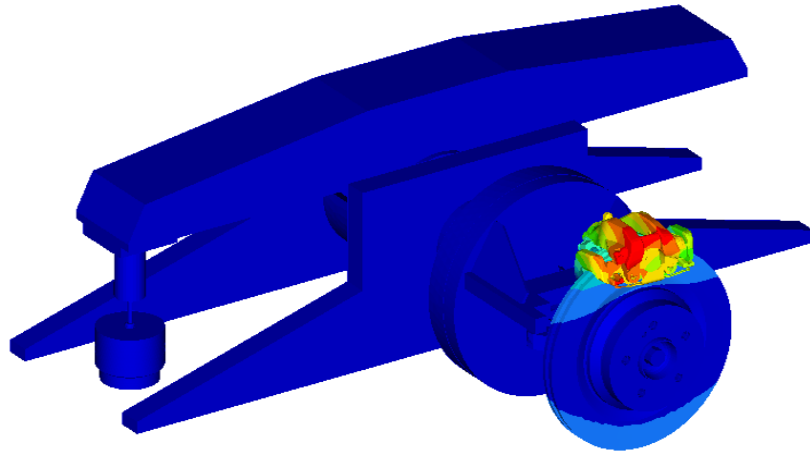


Abbildung 80: Schwingform Eigenfrequenz bei 381 Hz

In Abbildung 81 ist die Schwingform des Bremssattels im Detail zu sehen. Die unverformte Geometrie des Bremssystems ist jeweils mit einer Gitterstruktur angedeutet. Auf der linken Seite ist die Phasenlage bei  $90^\circ$  und auf der rechten Seite die Phasenlage bei  $270^\circ$  zu sehen. Die Schwingform zeigt eine axiale Bewegung des Bremssattels sowie eine elastische Verformung der Bremsscheibe in axialer Richtung an den Kontaktflächen zu den Bremsbelägen. Die axiale Bewegung wird dem Bremssystem durch die elastische Verformung des Bremsträgers, in der Nähe der Anschraubpunkte zum Radträger, ermöglicht. Dabei kommt es alternierend auf der Innen- und Außenseite der Bremsscheibe zu erhöhtem Anpressdruck und einer axialen Verformung der Bremsscheibe. Alternierende Anpresskräfte der Bremsbeläge in dieser Frequenz führen auch zu alternierenden Wärmeströmen und können somit die Bildung von Hotspots auslösen.

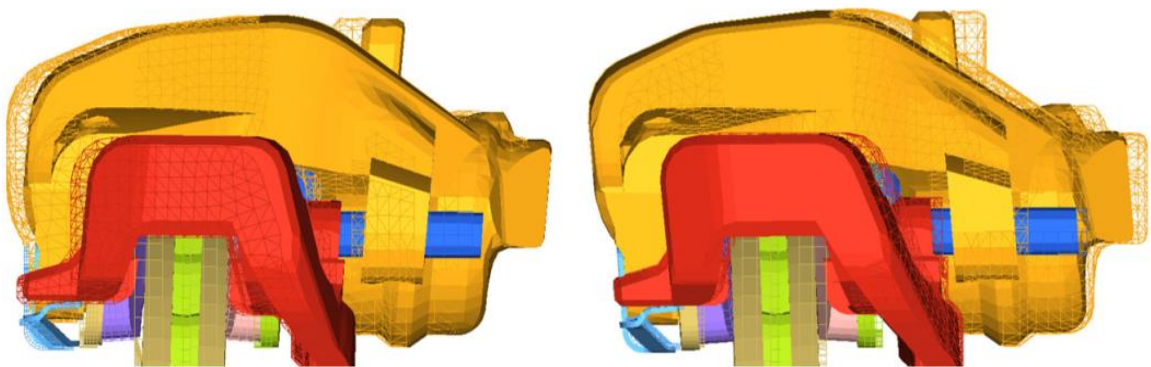


Abbildung 81: Schwingform des Bremssystems bei 381 Hz

Da die Untersuchungen am Prüfstand unterschiedliche Kombinationen aus Rotationsgeschwindigkeit und Bremsdruck beinhalten und zudem weitere Parameter, wie z.B. der Reibwert, zeitlich veränderlich sind, werden diese Parameter auf ihren Einfluss auf die Eigenfrequenz untersucht.

### 7.1.5 Stabilität und Frequenzlage der Eigenmoden

Die Stabilität und Lage der ersten beiden Eigenfrequenzen des Bremssystems kann sich in Abhängigkeit von dem aktuellen Betriebspunkt unterschiedlich darstellen. Aus diesem Grund wird die Frequenzlage und Stabilität der ersten, aber vor allem der zweiten Eigenfrequenz bei verschiedenen Parameteränderungen dargestellt.

#### 7.1.5.1 Druck und Geschwindigkeit

Bei einer Variation des Bremsdrucks und der Rotationsgeschwindigkeit innerhalb der am Prüfstand gefahrenen Grenzen zeigt sich eine Verschiebung der Eigenfrequenzen um max. 2 Hz in Tabelle 16. Für beide Eigenfrequenzen stellt sich somit nur ein sehr geringer Einfluss des Drucks und der Rotationsgeschwindigkeit auf die Frequenz dar. Für die erste Eigenfrequenz ist der Einfluss auf den Realteil mit Werten zwischen  $1,8 \cdot 10^{-4}$  und  $2,6 \cdot 10^{-4}$  ebenfalls klein. Die zweite Eigenfrequenz weist jeweils einen leichten Anstieg des Realteils mit höherer Rotationsgeschwindigkeit auf, einen größeren Einfluss hat jedoch das Niveau des Bremsdrucks auf den Realteil. Insbesondere das Druckniveau von 20 bar ist dabei für die Stabilität der Schwingung kritisch.

	Bremsdruck	10 bar	20 bar	30 bar
152 rad/s	1. Eigenfrequenz in Hz	173	173	173
	Realteil	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$
	2. Eigenfrequenz in Hz	381	380	380
	Realteil	0,06	0,14	0,11
173 rad/s	1. Eigenfrequenz in Hz	173	173	173
	Realteil	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-4}$
	2. Eigenfrequenz in Hz	381	380	380
	Realteil	0,07	0,16	0,12
195 rad/s	1. Eigenfrequenz in Hz	173	173	173
	Realteil	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$
	2. Eigenfrequenz in Hz	381	380	380
	Realteil	0,07	0,18	0,13

Tabelle 16: Eigenfrequenzen des Bremssystems und Realteile für Geschwindigkeits- und Druckstufen

In den kommenden Abschnitten werden jeweils Einflüsse von einzelnen Parametern und auch Veränderungen der Kontaktsituation zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag auf das Stabilitätsverhalten der tangentialen und axialen Schwingung untersucht. Dazu wird

der grenzlagig instabile Arbeitspunkt mit einer Rotationsgeschwindigkeit von 173 rad/s und 10 bar Bremsdruck als Referenz ausgewählt.

### 7.1.5.2 Reibwert

In vielen Stabilitätsuntersuchen zu höherfrequenten Bremsgeräuschen, wie z.B. dem Bremsenquietschen, ist der Reibwert eine entscheidende Größe.

Für die beiden Eigenfrequenzen in Tabelle 17 zeigt sich für höhere Reibwerte auch jeweils ein Anstieg der Realteile. Dieser ist für die axiale Eigenmode bei ca. 380 Hz jedoch erheblich deutlicher ausgeprägt. Die axiale Eigenmode weist auch eine Frequenzverschiebung um 7 Hz durch die Reibwertvariation auf.

Reibwert	0,2	0,4	0,6	0,8
1. Eigenfrequenz in Hz	173	173	173	173
Realteil	$1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$
2. Eigenfrequenz in Hz	378	381	383	385
Realteil	0,14	0,07	0,26	0,72

Tabelle 17: Eigenfrequenzen des Bremssystems und deren Realteile für unterschiedliche Reibwerte

Neben dem uniformen Reibwertniveau zeigt auch ein Reibwertunterschied zwischen Kolben- und Faustseite einen Einfluss auf die Stabilität der Schwingung. So weist das System bei einem erhöhten Reibwert auf der Faustseite einen positiven Realteil auf, während bei einem erhöhten Reibwert auf der Kolbenseite der Realteil negativ ist. Eine Frequenzverschiebung ist durch die unterschiedlichen Reibwerte nur in sehr geringem Maße zu beobachten.

Reibwert Kolbenseite	0,3	0,4	0,5
Reibwert Faustseite	0,5	0,4	0,3
2. Eigenfrequenz in Hz	380	381	381
Realteil	0,55	0,07	-0,34

Tabelle 18: Eigenfrequenzen des Bremssystems und deren Realteile für unterschiedliche Reibwerte auf Kolben- und Faustseite

### 7.1.5.3 Material Bremsbelag

Eine Variation des Bremsbelags kann, wie in den vergangenen Kapiteln bereits dargestellt, einen Einfluss auf die dominanten Ordnungen des Heißrubbelns haben.

Für das Berechnungsmodell zeigt sich in Tabelle 19 für das E-Modul des Bremsbelags ein geringer Einfluss auf die erste Eigenfrequenz. In der zweiten Eigenfrequenz steigt der

Realteil mit fallendem E-Modul des Bremsbelags. Diese Veränderung des Realteils ist insbesondere dominiert von der axialen Steifigkeitskomponente des Bremsbelags.

E-Modul Bremsbelag in GPa	-30 %	±0%	+30 %
1. Eigenfrequenz in Hz	173	173	172
Realteil	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
2. Eigenfrequenz in Hz	378	381	382
Realteil	0,3	0,07	-0,08

Tabelle 19: Eigenfrequenzen des Bremssystems und Realteile bei Variation des E-Moduls für die Bremsbeläge

Damit hat im Simulationsmodell ein weicher Bremsbelag eine höhere Anfachungsrate als ein harter Bremsbelag. Diese Beobachtung unterscheidet das frequenzgetreue Verhalten von dem ordnungsgetreuen Verhalten, bei dem sowohl in den durchgeführten Simulationen dieser Arbeit als auch in der Literatur<sup>113</sup> eine erhöhte Steifigkeit des Bremsbelags zu erhöhter BTV führt. Abbildung 47 hat bereits in Kapitel 5 gezeigt, dass hohen Amplituden der BTV in den hohen Ordnungen des ordnungsgetreuen Verhaltens und dem frequenzgetreuen Verhalten unterschiedliche Steifigkeiten der Bremsbeläge zugrunde liegen.

Das Zusammenspiel zwischen der destabilisierenden Wirkung eines weichen Bremsbelags auf der einen Seite und der Erzeugung von erhöhter BTV bei vorhandenem SRO durch einen harten Bremsbelag auf der anderen Seite, ist derzeit jedoch in noch keinem Simulationsmodell enthalten.

#### 7.1.5.4 Schirmung

Neben der idealen Geometrie gibt es während des Bremsvorganges allerdings auch einige Einflussfaktoren, die zu einer Erhöhung des radialen Anteils der Normalkraft zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe führen können. Dies kann z.B. durch Verkipfung der Kontaktfläche zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag um die x-Achse aufgrund von Schirmung oder unterschiedlichen Anpressdrücken auf der Kolben- bzw. Faustseite hervorgerufen werden.

Für eine Untersuchung des Einflusses von Schirmung wurde in die Bremsscheibe eine Schirmung von bis zu 200 µm in dem ersten der statischen nichtlinearen Schritte zur Kontaktfindung aufgebracht. Diese Schirmung führt dann im weiteren Verlauf der Berechnung zu einer unterschiedlichen Ausrichtung der Bremsbeläge.

Es zeigt sich in Tabelle 20, dass die Schirmung nur eine geringe Auswirkung auf die erste Eigenfrequenz hat und auch die Frequenz der zweiten Eigenfrequenz kaum verschoben

---

<sup>113</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)



wird. Ein großer Einfluss der Schirmung ist jedoch bei dem Realteil der zweiten Bremsung zu beobachten. Hier kommt es für 200  $\mu\text{m}$  zu einer Steigerung des Realteils von 0,07 auf 1,1.

Schirmung	0 $\mu\text{m}$	10 $\mu\text{m}$	50 $\mu\text{m}$	100 $\mu\text{m}$	200 $\mu\text{m}$
1. Eigenfrequenz	173 Hz	173 Hz	173 Hz	173 Hz	173 Hz
Realteil	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
2. Eigenfrequenz	381 Hz	381 Hz	380 Hz	380 Hz	379 Hz
Realteil	0,07	0,07	0,45	0,58	1,1

Tabelle 20: Destabilisierung der axialen Eigenfrequenz des Bremssystems durch Verkippen der Kontaktfläche

### 7.1.5.5 Kontaktfläche

Die Schirmung der Bremsscheibe wirkt sich unter anderem auf die resultierenden Kontaktflächen zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe aus. Neben der Schirmung haben allerdings noch andere Effekte, wie z.B. Verschleiß oder auch die lokale thermische Ausdehnung durch Hot Bands, einen Einfluss. Um einen Einfluss der Kontaktverteilung zu untersuchen, werden auf Kolben und Faustseite die Beläge radial in vier Kontaktflächen unterteilt. Die Aufteilung der Kontaktflächen ist in Abbildung 82 dargestellt.

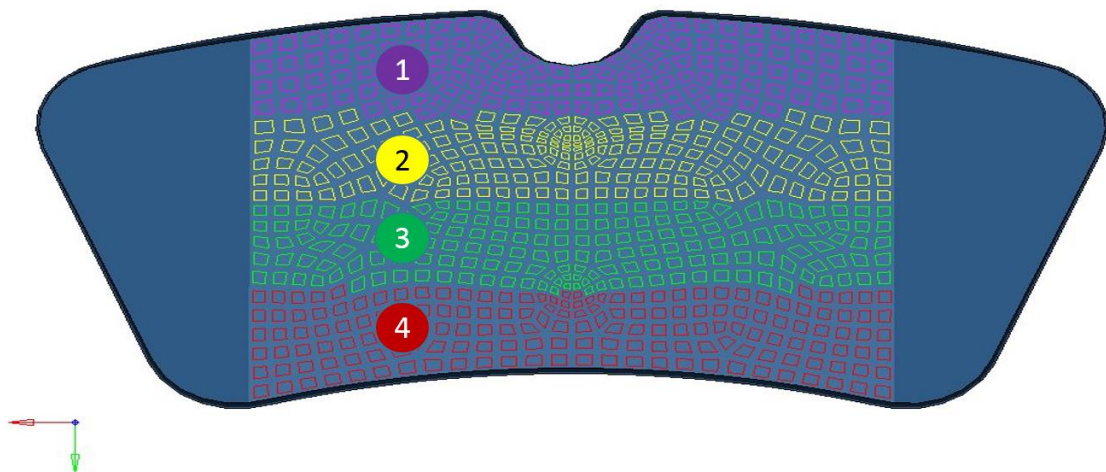


Abbildung 82: Kontaktflächen 1,2,3,4 des Bremsbelags

Tabelle 21 zeigt die resultierenden Realteile und die dazugehörigen Eigenfrequenzen für mögliche Kombinationen zwischen diesen Kontaktflächen auf der Innen- und der Außen-seite des Bremssystems. Für manche der Konfigurationen ist der Realteil negativ, für andere Konfigurationen ergibt sich ein positiver Realteil. Da die Matrix der Realteile nicht symmetrisch ist, wirken sich Unterschiede in der Kontaktfläche auf Faust- und Kolben-seite jeweils anders aus.

		Faustseite			
		Flächen 1+2	Flächen 2+3	Flächen 3+4	Flächen 1+4
Kolben- seite	Flächen 1+2	0,03 (368 Hz)	1,2 (368 Hz)	1,95 (336 Hz)	0,2 (380 Hz)
	Flächen 2+3	-0,42 (363 Hz)	0,65 (367 Hz)	1,54 (345 Hz)	-0,05 (378 Hz)
	Flächen 3+4	0,18 (284 Hz)	-0,75 (355 Hz)	0,74 (313 Hz)	-1,2 (372 Hz)
	Flächen 1+4	-0,1 (370 Hz)	0,93 (370 Hz)	1,8 (353 Hz)	0,09 (380 Hz)

Tabelle 21: Realteile (und Frequenz) der axialen Eigenfrequenz bei Reibkontakt in unterschiedlichen Regionen des Bremsbelags

Die Spreizung sowohl der Realteile, als auch der Frequenzen ist dabei größer als die beobachtete Spreizung bei Variationen der Betriebspunkte mittels Bremsdruck und Rotationsgeschwindigkeit oder einer Variation der Materialparameter des Bremsbelags.

Die Stabilität und auch die Frequenz der axialen Schwingung erscheinen somit in hohem Maße von den resultierenden Kontaktbedingungen abzuhängen.

Die axiale Eigenfrequenz kann zwar unter manchen Umständen eine selbsterregte Schwingung sein, bei vorhandenem SRO ist die Eigenfrequenz allerdings zumindest teilweise auch fremderregt.

### 7.1.6 Fazit zur Stabilität der axialen Schwingform

Bei der axialen Schwingform kann es sich in dem linearisierten Berechnungsmodell um eine instabile Schwingung handeln. Insbesondere Veränderungen des Reibkontaktes, z.B. durch unterschiedliche Reibwerte oder Schirmung, führen zu einer Destabilisierung des Bremssystems.

Die Schwingform des Bremssattels weist einen alternierenden Anpressdruck der Bremsbeläge auf die Bremsscheibe auf, so dass es dadurch zu der Entstehung von BTV kommt.

Die Frequenz der Instabilität ist dabei nicht abhängig von der Rotationsgeschwindigkeit, so dass die Maxima der Bremsmomentschwankung nicht ortsfest auf der Bremsscheibe sein müssen. Abbildung 83 zeigt dazu ein Beispiel.

Es sind dabei die 400 Messpunkte der Bremsmomentmessung während einer Umdrehung über den 400 Umdrehungen der Bremsscheibe aufgetragen. Zu Beginn der Bremsung findet ein Anstieg des Bremsmomentes gleichmäßig während einer Umdrehung auf ca. 130 Nm statt. Ab Umdrehung 220 hingegen weist das Bremsmoment ein sehr schnelles Wachstum der Variation auf. Zudem findet auch ein Wandern der Bremsmomentschwankungen und damit des alternierenden Anpressdrucks auf der Bremsscheibe statt. Erst ab

Umdrehung 320 erfolgt eine Synchronisation der Eigenfrequenz mit der Bremsscheibe. Ab diesem Moment wirkt der erhöhte lokale Wärmeeintrag in die Bremsscheibe an den gleichen Stellen der Bremsscheibe und kann Hotspots und SRO erzeugen.

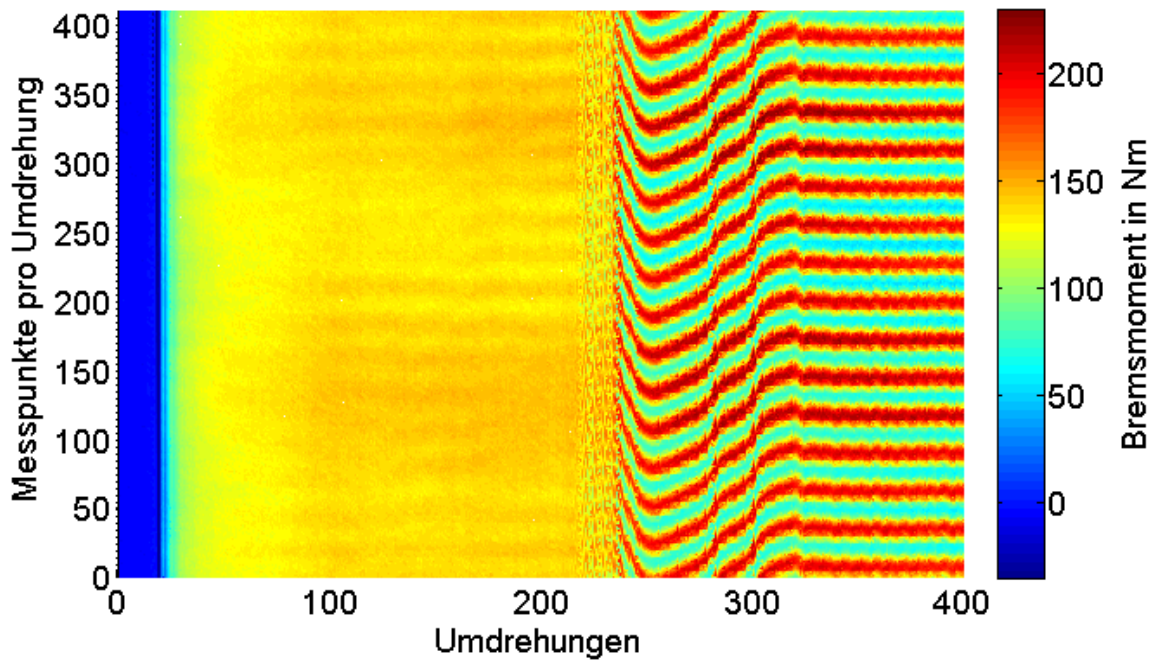


Abbildung 83: Bremsmomentverlauf bei Bremsung mit instabiler axialer Schwingung

## 7.2 Simulation Wärmestrom und Verformung

Die Auswirkungen eines periodischen und phasenversetzten Wärmestroms auf die Entwicklung der Bremsscheibentemperatur und die resultierende axiale Verformung der Bremsscheibe sind im Folgenden dargestellt.

Dafür wird die Bremsscheibe mit einem mittleren Wärmestrom von  $500 \text{ W/mm}^2$  und einer Variation des Wärmestroms von 20 % in der 15. Ordnung belastet. Abbildung 84 zeigt die Bremsscheibe nach 15 s. Es sind deutlich die Regionen mit unterschiedlichen Temperaturen an der Bremsscheibenoberfläche zu erkennen. Ebenfalls ist der Phasenversatz dieser Temperaturschwankungen zw. Innen- und Außenseite der Bremsscheibe sichtbar.

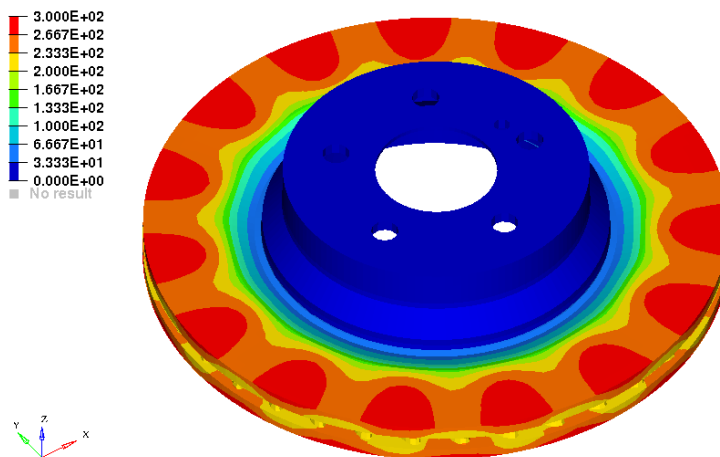


Abbildung 84: Temperaturbild bei Wärmestrom mit Schwankung in 15. Ordnung

Durch die unterschiedliche thermische Ausdehnung kommt es zur Ausprägung von SRO in der 15. Ordnung. Für Abbildung 85 wurde dafür das SRO über dem maximalen Temperaturunterschieden in der Umfangsrichtung auf dem gleichen Radius mit 7 mm Abstand vom äußeren Rand aufgetragen. Bei einem hohen Temperaturdelta entstehen in diesem Fall SRO-Werte höher als die Produktionstoleranz. Aber bereits bei geringeren Werten kann das SRO schon, wie bereits in der Wirkungskette nach Sardá, als Verwellung einen zusätzlichen ungleichen Wärmestrom auslösen und somit zu Hotspots und einem weiteren Wachstum des SRO führen.

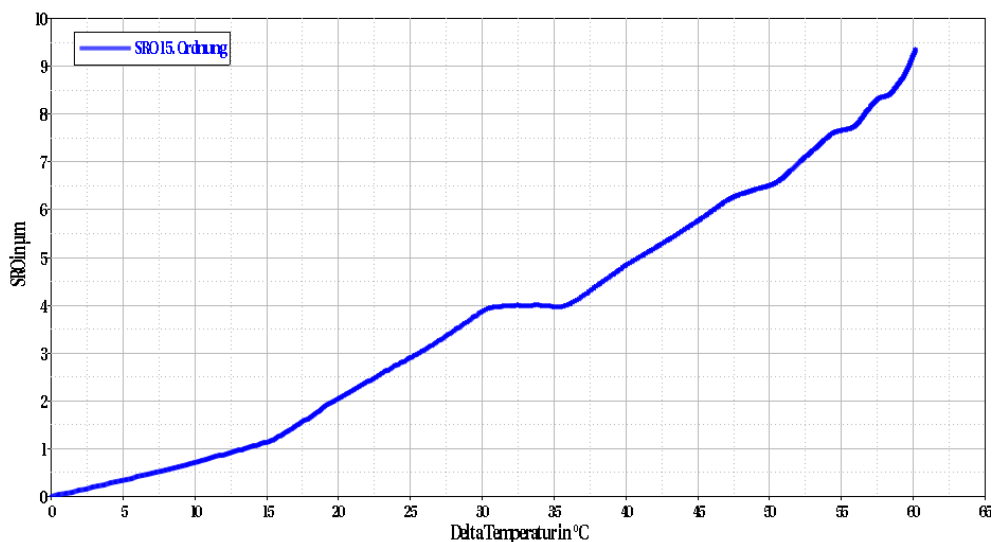


Abbildung 85: Wachstum des SRO über Temperaturschwankungen in 15. Ordnung

In Abbildung 86 ist für einen Bremsbelag die Ordnungsanalyse der Hotspots beispielhaft nochmal dargestellt. Die jeweils dominante Ordnung befindet sich dabei immer in dem Frequenzbereich von ca. 365-378 Hz. Da die Anzahl der Hotspots auf ganzzahlige Vielfache der Rotationsfrequenz beschränkt ist, entspricht dies auch dem Bereich der in der Simulation berechneten Eigenfrequenz.

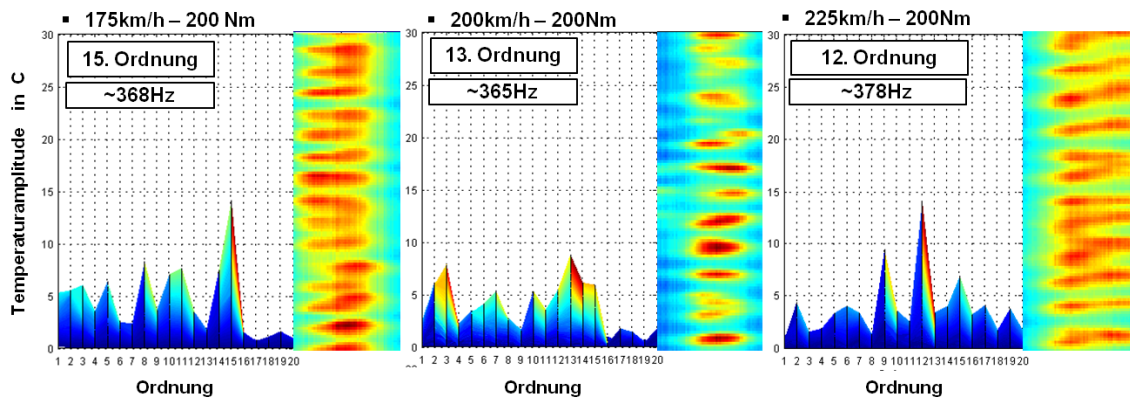


Abbildung 86: Temperaturanalyse für drei Rotationsgeschwindigkeiten<sup>114</sup>

## 7.3 Fremderregung der Eigenfrequenz durch SRO

Neben selbsterregten Schwingungen gibt es noch fremderregte Schwingungen als zweite große Gruppe der Schwingungsphänomene. Diese entstehen, wenn ein schwingungsfähiges System durch eine zeitveränderliche externe Kraft zur Schwingung angeregt wird. Mögliche Anregungen sind dabei z.B. eine Impulsanregung, Rauschen oder periodische Kräfte.

Impulsanregungen oder auch Rauschen führen jedoch bei gedämpften Systemen nicht zu langanhaltenden Schwingungen, wie sie in den Messungen zu beobachten sind. Daher sollen im Folgenden hauptsächlich periodische Anregungen untersucht werden.

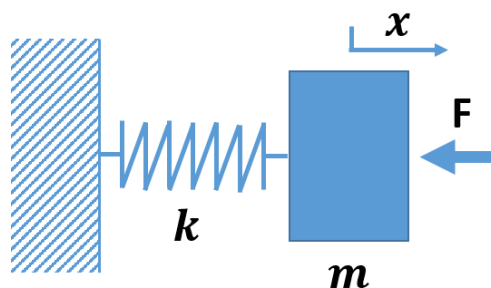


Abbildung 87: Modell Einmassenschwinger

Wird z.B. der ungedämpfte Einmassenschwinger aus Abbildung 87 mit einer harmonischen Kraft angeregt, so ergibt sich die Bewegungsgleichung zu

<sup>114</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \cos(\Omega t) \quad (43)$$

Die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung setzt sich aus dem homogenen Anteil  $x_h = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$  und dem partikulären Anteil  $x_p = x_0 V \cos(\Omega t)$  zusammen. Dabei ist

$$V = \frac{\omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} \quad (44)$$

die sog. Vergrößerungsfunktion. Diese gibt die Vergrößerung des Anregungssignals durch das System für verschiedene Frequenzen an.

Um die Auswirkungen der Anregungen näher zu beschreiben, wird der Einmassenschwinger aus Abbildung 87 auf die Frequenz und die effektiven Masse der axialen Eigenmode des Gesamtbremssystems angepasst.

Masse in kg	Steifigkeit in N/mm	Eigenfrequenz in Hz
1,36	$8 \cdot 10^6$	386

Tabelle 22: Bedatung des Einmassenschwingers zur Abbildung der axialen Eigenfrequenz

Mit dem Minimalmodell für fremderregte Schwingungen werden im Folgenden die Auswirkungen unterschiedlicher Anregungen auf die Bewegung in der Eigenfrequenz von 386 Hz untersucht.

Für  $\omega = \Omega$  regt die Kraft exakt mit der Eigenfrequenz des Systems an und es kommt zu einer Resonanz. In diesem Fall wird die Vergrößerungsfunktion unendlich groß und die Amplitude der Bewegung steigt kontinuierlich an.

Gilt  $\omega \approx \Omega$ , so kann bei der so entstehenden Summe  $x = x_h + x_p$  mit nur leicht unterschiedlicher Frequenz eine Schwebung im resultierenden Summensignal auftreten.

Addiert man bei  $\omega \approx \Omega$  die beiden Schwingungen

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t) \text{ und } x_2(t) = A_2 \cos(\Omega t) \quad (45)$$

so ergibt sich für  $A_1 = A_2 = A$  mittels der Additionstheoreme

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = 2A \cdot \cos\left(\frac{\omega - \Omega}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega + \Omega}{2} t\right) \quad (46)$$

In dieser Lösung entspricht der letzte Term einer Schwingung mit der mittleren Frequenz der beiden Ausgangsfrequenzen. Der Kosinus Term stellt eine Amplitudenmodulation mit der Frequenz  $\omega_{\text{Modulation}} = \left| \frac{\omega - \Omega}{2} \right|$  dar. Für  $\omega \approx \Omega$  ist diese Frequenz deutlich kleiner als die Frequenz der Ausgangsschwingungen.

Die Anregung des Minimalmodells geschieht mittels eines Frequenzdurchlaufes von 350 Hz bis 450 Hz innerhalb von einer Sekunde. Damit wird die Auswirkung beider Fälle,

$\omega \approx \Omega$  und  $\omega = \Omega$ , in Abbildung 88 sichtbar. In dem Bereich der Eigenfrequenz findet in 0,2 s ein starkes Wachstum von ca. 800 % statt. Die Eigenfrequenz schwingt somit bei Anregung mit einer kleinen Differenzfrequenz schnell auf.

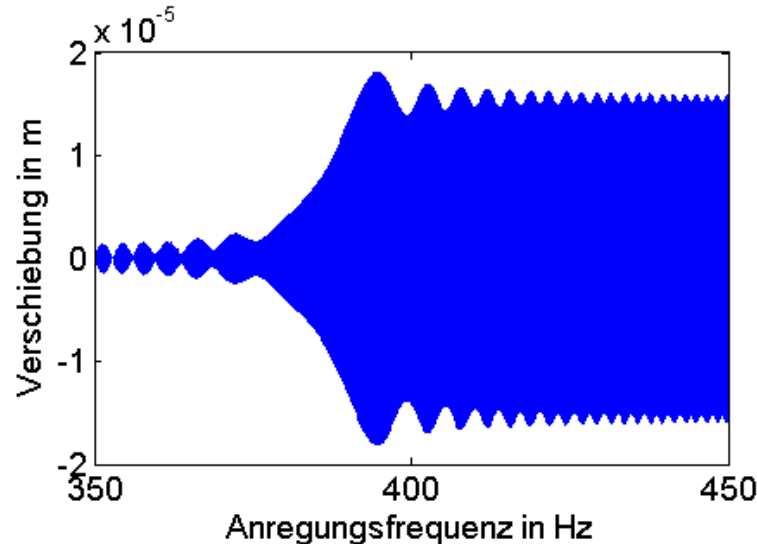


Abbildung 88: Schwingungsamplitude des Einmassenschwingers bei Anregung über einen Frequenzdurchlauf von 350 – 450 Hz

In den angrenzenden Bereichen über- und unterhalb der Eigenfrequenz existieren zudem Schwebungen mit der Differenzfrequenz zwischen Anregung und Eigenfrequenz.

Gleiches kann auch im Bereich der axialen Eigenfrequenz des Bremssystems auftreten. Ist durch den pulsierenden Wärmestrom aufgrund der axialen Eigenfrequenz thermisch bedingtes SRO in der Bremsscheibe vorhanden, so führt dies, wie bei ordnungsgetreuem Verhalten, zu einer Erhöhung des Bremsmoments.

Da die Anregung durch die Bremsscheibe in dem Bremssystem jedoch nur ganzzahlige Ordnungen der Raddrehzahl umfassen kann, gibt es bei den vorliegenden Frequenzen für alle Ordnungen in dem dritten Band eine Differenzfrequenz zur axialen Eigenfrequenz.

Es ist somit mit Modulationen der Amplitude der BTV zu rechnen, sobald die Bremsscheibe ein SRO in der entsprechenden Ordnung aufweist. Hat z.B. die Bremsscheibe ein SRO in der 15. Ordnung bei einer Rotationsfrequenz von 25,5 Hz, so kommt es bei der Eigenfrequenz von 386 Hz zu einer Schwebung mit 1,75 Hz.

Rotationsfrequenz in Hz	Ordnung	Eigenfrequenz in Hz	Schwebungsfrequenz in Hz
25,5	15	386	1,75 Hz

Tabelle 23: Schwebungsfrequenz bei Anregung durch Normalkraftschwankungen in der 15. Ordnung der Raddrehzahl

Modulationen der dominanten Amplitude weist das System somit daher auf, da die axiale Eigenfrequenz des Bremssystems und die Anregungsfrequenz bei SRO oder DTV mit gegebener Ordnung und Drehzahl nicht exakt übereinstimmen.

Abbildung 89 zeigt für eine Bremsung bei 175 km/h das BTV Signal für die 15. Ordnung mit einer Modulation der Amplitude. Im Bereich der Umdrehungen 120-170 weist die BTV eine Modulationsfrequenz von ca. 4,8 Hz auf, bei den Umdrehungen 200-300 handelt es sich um eine Modulationsfrequenz von ca. 1,6 Hz. Die beteiligten Frequenzen der 15. Ordnung der Raddrehzahl und der Eigenfrequenz liegen daher zuerst um 9,6 Hz und später um 3,2 Hz auseinander. Darüber hinaus ist ebenfalls zu sehen, dass die Anregung durch einen der beteiligten Schwingungsmechanismen wächst und es damit auch zu einem Wachstum der Schwebungsamplitude kommt.

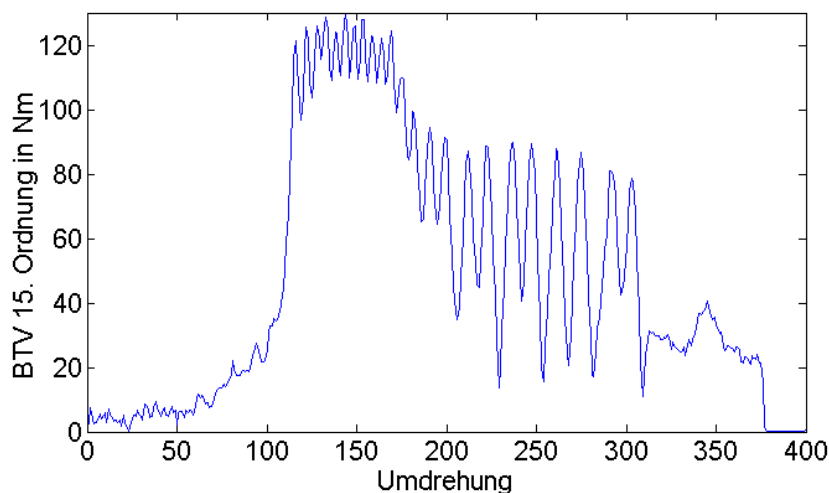


Abbildung 89: Verlauf der Amplitude in der BTV für die 15. Ordnung als Funktion der Umdrehungszahl

## 7.4 Erweiterung der Wirkungskette

Die Wirkungskette des Heißrubbels nach Sardá aus Kapitel 4.1 geht davon aus, dass die thermische Belastung der Bremsscheibe zu einem initialen SRO führt. Das initiale SRO bewirkt Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen im Bremssystem und außerdem eine inhomogene Reibleistung zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe. Diese inhomogene Reibleistung bewirkt einen weiteren Anstieg der Bremsscheibenverformungen und es entsteht ein Kreislauf.

Da die Wirkungskette keine Einschränkung auf bestimmte Ordnungen enthält, ergibt sich die Hypothese, dass die gleiche Wirkungskette uneingeschränkt auch für das frequenzgetreue Verhalten gültig ist.



Entsprechend der Wirkungskette nach Sardá wird auch die dominante Ordnung bereits in diesem Schritt von dem Bremssystem festgelegt. Dieser Sachverhalt hat sich für die niedrigen Ordnungen auch in dieser Arbeit bestätigt, nicht jedoch für die Ordnungen des dritten Bandes. Bei diesen Ordnungen bestimmt eine Eigenfrequenz des Bremssystems – und damit ein anderer Wirkmechanismus – die dominante Ordnung. Diese Hypothese wurde somit falsifiziert.

Grundlage des frequenzgetreuen Verhaltens ist eine Eigenfrequenz des Gesamtbremssystems. Die Berechnung der komplexen Eigenfrequenz des linearisierten Bremssystems und das Auftreten von Schwebungen in den Messwerten der BTV zeigen, dass unter gewissen Kontaktsituationen zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag auch ohne ein vorhandenes SRO die axiale Eigenfrequenz instabil werden kann.

Damit unterscheidet sich das vorliegende Phänomen grundlegend von den bisher betrachteten fremderregten Schwingungen. Dennoch kommt es auch hier zu einer Entstehung von Hotspots durch schwankenden Wärmestrom aufgrund der axialen Bewegung des Sattels und entsprechend auch Wachstum von SRO und DTV. Dieser Vorgang ist bereits in der Wirkungskette des Heißrubbels enthalten und führt im Anschluss auch wieder zu einer Fremderregung des Bremssystems aufgrund der Bremsscheibenverformungen.

Insgesamt sind auch für das frequenzgetreue Verhalten große Teile der bisherigen Wirkungskette an der Entstehung von Heißrubbeln beteiligt. Eine Instabilität kann zu einem Wachstum der axialen Eigenfrequenz führen. Diese axiale Schwingform erzeugt Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen sowie eine inhomogene Reibleistung. Durch die thermische Ausdehnung der Bremsscheibe wächst das SRO in der zur Eigenfrequenz korrespondierenden Ordnung. Ein SRO in der passenden Ordnung führt dann wiederum zu einer Anregung der Eigenfrequenz. In manchen Fällen kann es dabei auch zu Schwebungen aufgrund eines Frequenzunterschiedes kommen.

Aufgrund der Einflüsse des Bremsbelags und des Bremssattels auf die Ordnung des SRO wurde die Wirkungskette bereits um einen Einflusspfad erweitert.<sup>115</sup>

Der Startpunkt des Heißrubbels mit ordnungsgetreuem Verhalten und somit auch der für die dominante Ordnung bestimmende Schritt ist die Entstehung des SRO durch die thermischen und mechanischen Eigenschaften der Bremsscheibe und der Flächenpressung zwischen Bremsscheibe und Bremssattel. Dieser Punkt ist in Abbildung 90 mit der Zahl 1 hervorgehoben.

---

<sup>115</sup> Fischer, S. et al.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln ... (2015)

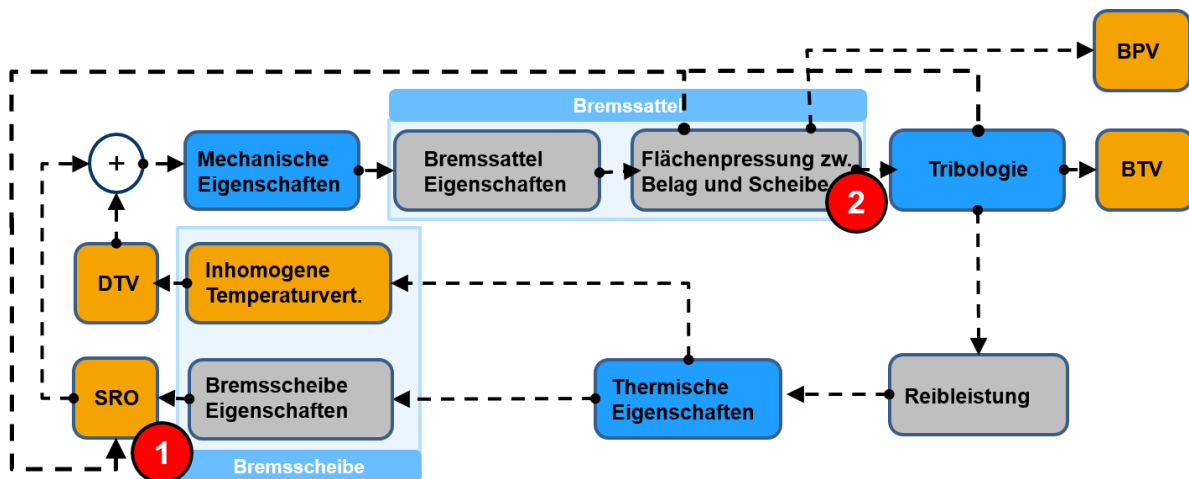


Abbildung 90: Erweiterte Wirkungskette<sup>115</sup> nach Sardá<sup>116</sup>

Frequenzgetreues Verhalten wurde von Sardá nicht beobachtet und ist daher auch nicht in die Wirkungskette eingeflossen. Dennoch sind alle in der Wirkungskette beteiligten Zusammenhänge enthalten.

Die ursprüngliche Anregung entsteht über eine Instabilität der axialen Eigenfrequenz. In diesem Fall ist die initiale axiale Anregung, im Gegensatz zu ordnungsgetreuem Verhalten, nicht am Punkt 1. Durch die axiale Eigenfrequenz entscheidet sich, im Gegensatz zu ordnungsgetreuem Verhalten, die Ordnung und Frequenz der Schwingung an Punkt 2.

Die Instabilität der axialen Eigenfrequenz des Bremssystems führt analog der bisherigen Wirkungskette zu einer inhomogenen Flächenpressung zwischen Bremsbelag und Bremscheibe. Durch die Unterschiede in der Flächenpressung entstehen im späteren Verlauf der Bremsung BTV, SRO und Hotspots. Die resultierenden Verformungen der Bremscheibe regen das Bremssystem mit einer Frequenz ähnlich der Eigenfrequenz des Bremssystems an, wodurch es zu weiterem Wachstum der Schwingungen kommt. An diesem Punkt beginnt der Kreislauf von vorne, allerdings mit einem SRO in anderer Ordnung.

Daher ist die Wirkungskette nach Sardá nicht für frequenzgetreues Verhalten gültig. Das Wirkungsdiagramm kann jedoch durch die Erweiterung um den Einfluss der Eigenfrequenz des Bremssystems an Punkt 2 auch auf frequenzgetreues Verhalten übertragen werden.

<sup>116</sup> Sardá, A.: Diss., Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln ... (2009), S. 71ff

## 7.5 Zwischenfazit

Dieses Kapitel hat zum Ziel, das frequenzgetreue Verhalten des dritten Ordnungsbandes zu untersuchen.

Mit Hilfe eines Finite-Elemente-Modells des Bremssystems und des Prüfstands wurde die relevante Eigenfrequenz abgebildet und die beteiligte Schwingform festgestellt. Dabei handelt es sich um eine axiale Schwingung des Bremssattels ohne Beteiligung des restlichen Prüfstandsgestells. Eine solche Schwingform ist auch für andere Bremssysteme zu erwarten und kann mittels eines Finite-Elemente-Modell auch bei zukünftigen Entwicklungen Anwendung finden.

Neben der Schwingform und der Frequenz hat sich auch gezeigt, dass es sich um eine selbsterregte Schwingung handelt. Das Stabilitätsverhalten ist dabei im Berechnungsmodell vor allem von der Kontaktsituation zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe abhängig. Unsymmetrische Kontaktverhältnisse durch unterschiedliche Reibwerte oder auch Schirmung der Bremsscheibe führen dabei zu einer Destabilisierung der axialen Schwingung.

Ausgelöst durch Schwankungen im Anpressdruck können auch alternierende Schwankungen im Wärmestrom zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag entstehen. Dieser inhomogene Wärmestrom bildet die Grundlage für ein nahezu lineares Wachstum des SRO.

Die Anregung durch das SRO und auch die möglicherweise nicht exakte Übereinstimmung der Eigenfrequenz mit der zugehörigen Ordnung der Raddrehzahl führen daher zu Modulationen der Amplitude in der BTV.

Sowohl das frequenzgetreue Verhalten, als auch der Zusammenhang zwischen einer selbsterregten Schwingung und der Entstehung von BTV oder auch Hotspots sind bisher in keiner Wirkungskette enthalten.

Die dargestellten Zusammenhänge lassen sich jedoch mit der Wirkungskette nach Sardá in ein Wirkungsdiagramm vereinen. Dabei ist, im Gegensatz zu dem von Sardá beschriebenen Wirkungsmechanismus, der Startmechanismus ein anderer. Dieser veränderte Beginn führt auch dazu, dass eine andere Komponente die dominante Ordnung bestimmt.

Offen ist derzeit noch, unter welchen Umständen sich das frequenzgetreue Verhalten besonders stark einstellt und somit im Vergleich zu ordnungsgetreuem Verhalten das Heißrubbeln dominiert.

---

## **8 Fazit und Ausblick**

### **8.1 Diskussion der Ergebnisse**

#### **8.1.1 Unschärfe des Begriffs Heißrubbeln bzgl. der auftretenden Ordnung**

Heißrubbeln ist bereits vielfach in der Fachliteratur untersucht worden und wie in Kapitel 3 dargestellt, sind die dabei auftretenden Ordnungen im SRO weit gestreut. Die Simulationen, aber auch experimentelle Untersuchungen, decken dabei derzeit hauptsächlich zwei Bereiche ab. Untersuchungen des Entstehungsmechanismus von initialer Verwulung und Hotspots konzentrieren sich auf den Bereich der Ordnungen 6-12, wohingegen Untersuchungen von Maßnahmen am Bremssattel vor allem die Ordnungen 1-2 in Betracht ziehen.

Bei der Auswahl zukünftiger Forschungsprojekte sollte eine Verringerung dieser Diskrepanz zwischen den beiden Ansätzen angestrebt werden.

#### **8.1.2 Modellbildung des Bremssystems und Einflussanalyse**

Die Erstellung des axialen Modells des Bremssystems erlaubt eine Analyse von Parametereinflüssen unter Berücksichtigung von Anregungen in höheren Ordnungen.

Dabei sind neben den einzelnen Parametereinflüssen für dieses Modell auch generell drei Gruppen von Parametern und deren Abhängigkeit von der Anregungsordnung zu unterscheiden: Maßnahmen mit einer Verbesserung der BTV um einen konstanten Beitrag in Nm, Maßnahmen mit einer konstanten prozentualen Verbesserung des BTV und Maßnahmen mit einer ordnungsabhängigen bzw. frequenzabhängigen Wirkung.

Darüber hinaus sind allerdings in der Fachliteratur auch anderen Modelle der Bremsenmodellierung bekannt. Diese umfassen teilweise auch Freiheitsgrade in alle Raumdimensionen sowie andere Sattelbauarten.

Diese Modelle können bei geeigneter Parametrisierung auch dazu verwendet werden, die Aussagen bzgl. der Einflussparameter bzw. deren Gruppierung zu überprüfen. Zusätzlich können diese Einflussparameter in zukünftigen Untersuchungen am Bremsenprüfstand für höhere Ordnungen überprüft werden.

### 8.1.3 Analyse der Messdaten

Die Analyse der Messdaten aus dem Partnerprojekt<sup>117</sup> zeigte, neben einigen Parametereinflüssen auf die BTV, vor allem, dass die Entstehung von Rubbeln in den unterschiedlichen Ordnungen kausal nicht abhängig ist.

Unabhängigkeit zwischen den Phänomenen bedeutet, dass die Themen auch in der Simulation bzw. in den Wirkungsketten unabhängig voneinander untersucht werden können.

Diese Hypothese kann durch weitere Untersuchungen des zeitlichen Ablaufs der einzelnen Phänomene am Prüfstand oder am Fahrzeug falsifiziert werden. Solche Prüfstandsuntersuchungen können ebenfalls das derzeit noch unklare Zusammenspiel der einzelnen Phänomene und die Unterscheidung in den auslösenden Faktoren auflösen.

### 8.1.4 Simulation des ordnungsgetreuen Verhaltens

In Untersuchungen am Prüfstand waren besonders die Ordnungen 1-3 in SRO und BTV auffällig.

In Simulationsmodellen mit geometrischen Fehlern hat sich gezeigt, dass die ersten beiden Ordnungen durch diese Fehler verursacht werden. Die Ordnung ist dabei unter anderem auch abhängig von der thermischen Belastung und deren radialer Position. Eine weitere Untersuchung und auch Falsifikation der Einflüsse der geometrischen Fehler kann z.B. durch präparierte oder vermessene Bremscheiben mit präparierten Bremsbelägen geschehen. Bei den Bremsbelägen könnte z.B. Material an manchen Radien abgetragen werden, um ein definiertes Tragverhalten zu erreichen. Bei den Untersuchungen hat sich ebenfalls gezeigt, dass eine Optimierung von Bremscheibengeometrien nicht automatisch auf alle Ordnungen übertragbar ist, sondern an die Anforderungen angepasst werden muss.

Darüber hinaus hat sich auch ein iterativer Algorithmus für die Berechnung eines angepassten Wärmestroms in die Bremscheibe aufgrund von axialen Verformungen für das Referenzsystem als wirksam erwiesen. Durch diese Vorgehensweise konnte, im Gegensatz zu den untersuchten geometrischen Fehlern, auch die 3. Ordnung der Bremscheibendeformation abgebildet werden. Diese Methode basiert bisher auf einem linearen Zusammenhang zwischen axialer Verformung und resultierendem Wärmestrom. Weitere Untersuchungen zu einer Verbesserung dieses Kopplungsansatzes sind bei einem Übertrag auf weitere Bremssysteme sinnvoll.

---

<sup>117</sup> Fischer, S. et al.: Correlation analysis between brake pad characteristics and hot judder (2014)

### 8.1.5 Simulation des frequenzgetreuen Verhaltens

Frequenzgetreues Verhalten und der zugrundeliegende Anregungsmechanismus wurden bisher im Zusammenhang mit Rubbeln noch nicht in der Fachliteratur dokumentiert. Diese neue Fragestellung wurde in dieser Arbeit mit der komplexen Eigenwertanalyse untersucht. Für das vorliegende Bremssystem liegt dabei im linearisierten Zustand eine selbsterregte, axiale Schwingung des Bremsstells zugrunde, die stark von dem Kontakt zwischen Bremsbelag und Brems Scheibe beeinflusst wird. Durch die alternierende Überhöhung des Anpressdrucks und somit der Reibleistung ist die Entstehung von Hotspots möglich. Der Übertrag der axialen Schwingung auf Hotspots ist derzeit allerdings noch nicht in Simulationsmodellen abgebildet. Dabei ist insbesondere der zu betrachtende Zeitraum in Verbindung mit der nötigen Dynamik noch ein Problem für anschließende Arbeiten. Ein weiterer notwendiger Schritt zur weiteren Untersuchung des Phänomens ist die Messung der Schwingform des Stells und der Vergleich mit dem Simulationsergebnis. Darüber hinaus ist auch die Relevanz des frequenzgetreuen Verhaltens für Bremsungen im Fahrzeug zu prüfen. Vor allem durch die Veränderung der Raddrehzahl ist fraglich, ob sich eine Bildung von Hotspots einstellt. Zudem ist ein Durchlaufen der ersten Eigenfrequenzen der Fahrzeugachsen mit dieser Anregung schwer möglich und daher für den Fahrer möglicherweise auch weniger relevant.

## 8.2 Ausblick

In dieser Arbeit wurden, nach einem Überblick über die vorhandenen Simulationsansätze für Heißrubbeln, einige offene Themenfelder in der Betrachtung von Heißrubbeln dargestellt. Vor allem die Entstehung von SRO in niedrigen Ordnungen, die Wirkung von Einflussparametern innerhalb des Bremssystems bei einer Anregung in mittleren und hohen Ordnungen und die Entstehung von frequenzgetreuem Verhalten sind noch größtenteils offene Themengebiete.

Anhand der Prüfstandsergebnisse des Partnerprojektes am Fachgebiet für Fahrzeugtechnik an der TU Darmstadt konnten sowohl die Relevanz, als auch die Unabhängigkeit von unterschiedlichen Ordnungen im SRO und BTV für das Referenzbremssystem dargestellt werden.

Für die Entstehung von SRO in niedrigen Ordnungen spielen auch geometrische Fehler in der Brems Scheibengeometrie eine Rolle. Zwei unterschiedliche Ansätze, eine Dickenvariation der Reibringe bzw. des Kühlkanals und eine Unwucht der Brems Scheibe mit entsprechender Wuchtfräsung, führten jeweils zu SRO unter thermischer Last. Neben diesen beiden Abweichungen von der idealen Geometrie sind noch andere Produktionsfehler

denkbar. Dennoch mangelt es vor allem bei der Geometrie der Kühlkanäle noch an einer ausreichenden Datenbasis aus Messungen.

Die Entstehung und das Wachstum von SRO wurden auch für weitere Ordnungen betrachtet. So erwiesen sich die Verwendung eines iterativ angepassten Wärmestroms und ein reduziertes, transientes Modell als hilfreich, um die dominanten Ordnungen im SRO der Bremsscheibe abzubilden. Dabei hat sich unter anderem auch die Hypothese der Optimierung des SRO für alle Ordnungen durch eine Optimierung der Schirmung für das Referenzsystem nicht bewahrheitet.

Der Einfluss von geometrischen Fehlern in der Bremsscheibe und auch die Kopplung der Verformung an den Wärmestrom stellen vielversprechende Untersuchungsansätze dar. In beiden Fällen sind allerdings noch weitere Experimente für eine genaue Modellierung nötig.

Basierend auf einem axialen Modell des Bremssystems, hat sich in Berechnungen mit unterschiedlichen Anregungsordnungen neben der Wirksamkeit von einzelnen Parametern auch gezeigt, dass die Wirkung der Maßnahmen mit der Anregungsordnung bzw. -frequenz variieren kann. Dabei ergaben sich vor allem drei Gruppen für die Abhängigkeit der Parameter von der Anregung. Ein solches Verhalten ist noch in Versuchen zu validieren und sollte auch in detaillierteren Modellen des Bremssattels, sowie anderen Bauarten des Bremssattels erprobt werden.

Das frequenzgetreue Verhalten des Bremssystems konnte in dem linearisierten Berechnungsmodell auf eine instabile axiale Schwingung zurückgeführt werden. Durch die Bildung von SRO und Hotspots kann dadurch auch eine Fremderregung des Systems erzeugt werden. Damit ist auch erstmals eine Verknüpfung zwischen selbsterregtem und fremderregtem Verhalten für Heißrubbeln erfolgt. Diese Hypothese für den Anregungsmechanismus muss auch für andere Bremssysteme mit einem frequenzgetreuen Verhalten überprüft werden.

Offen ist außerdem auch eine Berechnung der gesamten Wirkungskette des Heißrubbels. Dies gilt für alle Ordnungen des Heißrubbels und ist in der Verbindung der Dynamik des Bremsvorgangs mit zeitlich anders skalierten und geometrisch lokalen thermischen Effekten begründet.

---

## A Anhang

### A.1 Simulationsmodell mit Kreisringscheibe

Dimensionierung des reduzierten Modells aus Abbildung 72 in Kapitel 6.5.1 mit Kreisringscheibe und Bremsbelägen inkl. Rückenplatte.

Außendurchmesser Bremsscheibe	320 mm
Innendurchmesser Bremsscheibe	200 mm
Dicke Bremsscheibe	24 mm
Dicke Bremsbelag	20 mm
Dicke Rückenplatte	10 mm
Bogenlänge Bremsbelag	41°

Tabelle 24: Abmessungen der Kreisringscheibe und des Bremsbelagmodells

Die Materialdaten des verwendeten Modells sind:

	Bremsscheibe	Bremsbelag	Rückenplatte
E-Modul in GPa	119	77	210
Wärmeleitfähigkeit in W/Km <sup>2</sup>	45	45	45
Spezifische Wärmekapazität in J/kgK	420	1465	420
Dichte in g/cm <sup>3</sup>	$7,2 \cdot 10^{-3}$	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$7,69 \cdot 10^{-3}$
Wärmeausdehnungskoeffizient in 1/K	$10^{-5}$	$1,17 \cdot 10^{-6}$	$1,17 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 25: Materialdaten der Bremsscheibe, des Belags und der Rückenplatte



---

## Literaturverzeichnis

Abramowicz, A.; Grzes, P.: Three-dimensional FE model of frictional heat generation and convective cooling in disc brake, Computer Methods in Mechanics, 09.-12.05.2011, Warschau, 2011

Afferante, L.; Ciavarella, M.: "Frictionless" and "frictional" ThermoElastic Dynamic Instability (TEDI) of sliding contacts, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Volume 54, S. 2330 – 2353, 2006

Allgeier, R.: Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Bremsenquietschen. VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 481, Düsseldorf 2002

Al-Shabibi A.M.; Barber J.R.: Transient solution of a thermoelastic instability problem using a reduced order model, International Journal of Mechanical Sciences, Volume 44, S. 451-464, 2002

Anh, S.; Jang, Y.H.: Frictionally excited thermo-elastoplastic instability, Tribology International, Volume 43, S.779-784, 2010

Augsburg, Klaus; Brunner, Horst; Grochowicz, Jaroslaw: Untersuchungen zum Rubbelverhalten von Pkw-Schwimmsattelbremsen; ATZ Automobiltechnische Zeitschrift; Ausgabe 101, S. 22-30, 1999

Augsburg, K.: Interaktion von Fahrwerks- und Bremseigenschaften bezüglich ausgewählter Aspekte des Bremskomforts, TU Ilmenau, 2000

Barber, J.R.: Thermoelastic Instability in the Sliding System of Conforming Solids, Proceedings of the Royal Society, Series A312, S 381, 1969

Bauer, C.: Untersuchung des Einflusses einer schwingungsfähigen Messvorrichtung auf detektierte Bremsmomentschwankungen am Schwungmassenprüfstand, Diplomarbeit, Fachgebiet Fahrzeugtechnik, TU Darmstadt, 2013

Betz, A.: Erwärmungs- und Verformungsverhalten gebeulter Brems Scheiben unter Anwendung der Methode der finiten Elemente, Bachelorthesis, Fachgebiet Fahrzeugtechnik, TU Darmstadt, 2008

Breuer, Bert; Bill, Karlheinz: Bremsenhandbuch, Grundlagen, Komponenten, Systeme, Fahrdynamik; Wiesbaden, 4. Auflage, Vieweg, 2012

Bryant, D.; Fieldhouse, J.; Crampton, A.; Talbot, C.; Layfield, J.: Thermal Brake Judder Investigations Using a High Speed Dynamometer, SAE Technical Paper, Paper 2008-01-0818, Reprint from Brake Technology, SP-2188, 2008

Burton, R.; Kilaparti S., Nerjekar V.: A limiting stationary configuration with partially contacting surfaces, Wear 24, S. 199-206, 1973

Cho, H; Cho, C.; Kim, C.-B.: Thermal and Mechanical Performance Analysis in Accordance with Disk Stiffness Changes in Automotive Disk Brake, SAE Paper 2007-01-3661, 2007

- Chung, W.S.; Jung, S.P.; Park, T.W.: Numerical analysis method to estimate thermal deformation of a ventilated disc for automotive, Journal of Mechanical Science and Technology, Volume 24, S. 2189-2195, 2010
- Du, S.; Zagrodzki, P.; Barber, J.; Hulbert, G.: Finite element analysis of frictionally-excited thermoelastic instability, Journal of Thermal Stresses, Nr. 20, S. 185-201, 1997
- Dufrénoy, P.; Brunel, J.F.: Thermal Localizations in Friction Brakes, SAE Paper 2008-01-2568, 2008
- Engel, Hans Georg: Systemansatz zur Untersuchung von Wahrnehmung, Übertragung und Anregung bremseregener Lenkruhe in Personenkraftwagen; VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 354, VDI-Verlag; Düsseldorf, 1998
- Fan, X.; Lippmann, H.: Elastic-Plastic Buckling of Plates under Residual Stress, Proceedings of Advances in Engineering Plasticity and its Applications (AEPA '96), S. 95-100, 1997 (Hrsg.:) Abe, T., Tsuta, T., Elsevier, 1996
- Fieldhouse, John David; Bryant David; Crampton, Andrew; Talbot, Chris John; Layfield, J.: A Study of Thermal Judder on a Laboratory Dynamometer, SAE International, Paper 2008-01-2542, 2008
- Fieldhouse, John David; Bryant David; Talbot, Chris John: Hot Judder – An Investigation of the Thermo-Elastic and Thermo-Plastic Effects during Braking, SAE International, Paper 2011-01-1575, 2011
- Fischer, S.; Sarda, A.; Winner, H.: Effects of different Friction Materials on Hot Judder – An Experimental Investigation, Eurobrake 2013, TB005, Dresden
- Fischer, S.; Sarda, A.; Könnig, M.; Hoffrichter, W.; Winner, H.: Correlation analysis between brake pad characteristics and hot judder, Eurobrake 2014, ST008, Lille
- Fischer, S.; Winner, H.; Könnig, M.; Nunes, R.; Sardá, A.; Hoffrichter, W.: Theoretische und experimentelle Ordnungsanalyse von Heißrubbeln unter Variation des Bremsbelags, XXXIV. Internationales  $\mu$ -Symposium, VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 794, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2015
- Grochowicz, J.: Experimentelle und theoretische Untersuchungen zu Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen an Pkw-Scheibenbremsen, Dissertation, TU Dresden, 1997
- Haag, M.: Modellierung der Radbremse für virtuelle Prüfstandsversuche im frühen Auslegungsstadium, VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 758, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2012
- Häsler, K.: Untersuchungen zum Phänomen des Bremsenquietschens an einer Pkw-Hochleistungs-Scheibenbremsanlage mit Festsattel, VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 491, Düsseldorf 2002
- Herkenrath, D.: Bremsmomentschwankungen infolge Unebenheiten der Bremsscheibe bei Pkw-Bremsen, Dissertation, RWTH Aachen, 2005
- Jardim, Franciso Bisotto; Tamagna, Alberto: Study of the Relationship between DTV, BTV and BPV over Judder-Type Vibration of Disc Brake Systems, SAE International Paper 2012-01-1694, 2010

- Jung, S.P.; Park, T.W.; Lee, J.H.; Kim W.H.; Chung, W.S.: Finite Element Analysis of Thermoelastic Instability of Disc Brakes, World Congress of Engineering, 30.06.-02.07.2010, London
- Jung, S.P.; Park, T.W.; Chai, J.B.; Chung, W.S.: Thermo-Mechanical Finite Element Analysis of Hot Judder Phenomenon of a Ventilated Disc Brake System, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, Volume 12, No. 5, S. 821-828, 2011
- Jung, S.P.; Kim, Y.G.; Park, T.W.: A Study on Thermal Characteristic Analysis and Shape Optimization of a Ventilated Disc, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, Volume 13, No.1, S. 57-63, 2012
- Kao, T.K.; Richmond, J.W.: Brake disc Hotspotting and thermal judder: an experimental and finite element study, Int. Journal of Vehicle Design, Volume 23, No. 3/4, 2000
- Kasem, H.; Brunel, J.F.; Dufrenoy, P.; Siroux, M.; Desmet, B.: Thermal levels and sub-surface damage induced by the occurrence of Hotspots during high-energy braking, Wear, Volume 270, S. 355-364, 2011
- Kim, S.; Han, E.; Kang, S.; Cho, S.: Investigation of influential factors of a brake corner system to reduce brake torque variation, International Journal of Automotive Technology, Vol. 9, No. 2, pp. 233 – 247, 2008
- Könning, M.; Nunes, R.; Fischer, S.; Winner, H.: Simulation of a brake system with respect to dynamic and thermal conditions during hot judder, Eurobrake 2013, BV010, Dresden
- Krempaszy, C.: Plattenbeulen unter thermisch induzierten Eigenspannungen, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 18 Nr. 274, ISBN 3-18-327418-3, Düsseldorf, 2002
- Kruse, S.; Tiedemann, M.; Zeumer, B.; Reuss, P.; Hetzler, H.; Hoffmann, H.: The influence of joints on friction induced vibration in brake squeal, Journal of Sound and Vibration, Vol. 340, S. 239-252, 2015
- Kubota, M.; Suenaga, T.; Kazuhiro, D.: A Study of the Mechanism Causing High-Speed Brake Judder, SAE Paper 980594, 1998
- Lee, K.; Barber, J.R.: Frictionally Excited Thermoelastic Instability in Automotive Disk Brakes, Journal of Tribology, Volume 115, S. 607 – 614, 1993
- Lee, K.; Dinwiddie, R.B.: Conditions of Frictional Contact in Disk Brakes and their Effects on Brake Judder, SAE Technical Paper 989598, 1998
- Lee, B.; Cho, C.; Lee, S.; Cho, H.: Computer Simulation on Mechanical Evaluation of Ceramic Matrix Composite Automobile Brake Disks, Journal of the Ceramic Society of Japan, Supplement 112-1, S. 423-427, 2004
- Liette, J.: A Coupled, Multi-Physics Model of the Automotive Brake System with Focus on Dynamic Torque Prediction, Undergraduate Honors Thesis, Ohio State University, 2009
- Ludwig-Mayerhofer, W.: Skriptum zur Vorlesung Statistik, Kapitel Kovarianz und Korrelation, WS 2016/2017, Philosophische Fakultät, Universität Siegen

- Meyer, R. : Brake Judder – Analysis of the Excitation and Transmission Mechanism within the Coupled System Brake, Chassis and Steering System, SAE Paper 2005-01-3916
- Okamura, T.; Yumoto, H.: Fundamental Study on Thermal Behavior of Brake Discs, SAE Paper 2006-01-3203
- Ostermeyer, G.P., Müller, M.: Dynamic interaction of friction and surface topography in brake systems; Tribology International, Volume 39, S. 370-380, 2006
- Panier, S.; Dufrénoy, P.; Weichert D.: Macroscopic hot-spots occurrence in frictional organs, Thermal Stresses 2001, 08.-11.06.2001, Osaka
- Panier, S.; Dufrénoy, P.; Weichert D: An experimental investigation of Hotspots in railway disc brakes, Wear, Volume 256, S.764-773, 2004
- Priebe J.: Stahlbau III, Skriptum zur Vorlesung, WS2009/2010, TU Hamburg-Harburg, 2010
- Sardá, A.; Haag, M.; Winner, H.; Semsch, M.: Hotspots and Thermal Judder, SAE Paper 08BC-0060, 2008
- Sardá, Angelo Hilarió: Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln in Pkw-Scheibenbremsen, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 12 Nr. 704, ISBN 978-3-18-370412-5, Düsseldorf, 2009
- Schlitz, H.: Braking comfort checks on the inertia dynamometer, 7th International Munich Chassis Symposium 2016, Hrsg. Peter Pfeffer, Springer Vieweg, S. 693-713, 2016
- Schumann, M.: Analysemethode zur Beurteilung des ungleichförmigen Brems Scheibenverschleißes an Pkw-Scheibenbremsen, Dissertation, TU Darmstadt, 2006
- Seipel, G.: Entwicklung eines Modells zur Beschreibung des Verformungsverhaltens von Brems Scheiben bei thermomechanischer Belastung, Diplomarbeit, Fachgebiet Fahrzeugtechnik, TU Darmstadt, 2008
- Steffen, T.; Bruns, R.: Hotspotbildung bei Pkw-Brems Scheiben, ATZ Automobiltechnische Zeitschrift, Ausgabe 100, S. 408-413, 1998
- Valvano, T.; Lee, K.: An Analytical Method to Predict Thermal Distortion of a Brake Rotor, SAE Paper 2000-01-0445, 2000
- Winner H.: Skriptum zur Vorlesung Kraftfahrzeugtechnik, WS 2010/2011, Fachgebiet Fahrzeugtechnik, TU Darmstadt
- Yi, Y.B.; Du, S.; Barber, J.R.; Fash, J.W.: Effect of Geometry on Thermoelastic Instability in Disk Brakes and Clutches, Journal of Tribology, Volume 121, S. 661-666, 1999
- Yi, Y.B.; Barber, J.R.; Zagrodzki, P.: Eigenvalue solution of thermoelastic instability problems using Fourier reduction, Proc. Roy. Soc., Series A, Volume 456, S2799-2821, 2000
- Yi, Y.B.; Barber, J.R.; Hartsock, D.L.: Thermoelastic Instabilities in Automotive Disc Brakes – Finite Element Analysis and Experimental Verification, J.A.C. Martins and Manuel D.P. Monteiro Marques (Hrsg.), Contact Mechanics, Kluwer, Dordrecht, S. 187-202, 200